

# THESE

PRESENTÉE A  
L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir  
le Titre de DOCTEUR 3ème CYCLE

par

JEAN LOUP FLORENS

\*

COUPLEUR GESTUEL INTERACTIF  
POUR LA COMMANDE ET LE CONTRÔLE  
DE SONS SYNTHÉTISÉS EN TEMPS RÉEL

\*

Soutenue le 24 NOVEMBRE 1978 devant la Commission d'Examen.

## JURY

Monsieur	M.	BUYLE-BODIN,	Président ,
Messieurs	J.C.	RISSET	} Examineurs.
	R.	LANCIA	
	P.	ESCUDIER	

# THESE

PRESENTÉE A

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir

le Titre de DOCTEUR 3<sup>ème</sup> CYCLE

par

JEAN LOUP FLORENS

\*

COUPLEUR GESTUEL INTERACTIF  
POUR LA COMMANDE ET LE CONTRÔLE  
DE SONS SYNTHÉTISÉS EN TEMPS RÉEL

\*

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Président : M. Philippe TRAYNARD  
Vice-Présidents : M. Georges LESPINARD  
M. René PAUTHENET

Année Universitaire

1978-1979

PROFESSEURS TITULAIRES

MM BENOIT Jean  
BESSON Jean  
BLOCH Daniel  
BONNETAIN Lucien  
BOUNNIER Etienne  
\*BOUDOURIS Georges  
BRISSENEAU Pierre  
BUYLE-BODIN Maurice  
COUMES André  
DURAND Francis  
FELICI Noël  
FOULARD Claude  
LANCIA Roland  
LONGUEUE Jean-Pierre  
LESPINARD Georges  
MOREAU René  
PARIAUD Jean-Charles  
PAUTHENET René  
PERRET René  
POLOUJADOFF Michel ROBERT André  
  
TRAYNARD Philippe  
VEILLON Gérard  
\*en congé pour études.

Electronique - Automatique  
Chimie Minérale  
Physique du Solide - Cristallographie  
Génie Chimique  
Métallurgie  
Electronique - Automatique  
Physique du Solide - Cristallographie  
Electronique - Automatique  
Electronique - Automatique  
Métallurgie  
Electronique - Automatique  
Electronique - Automatique  
Electronique - Automatique  
Physique Nucléaire Corpusculaire  
Mécanique  
Mécanique  
Chimie-Physique  
Electronique - Automatique  
Electronique - Automatique  
Electronique - Automatique  
Chimie Appliquée et des Matériaux  
Chimie - Physique  
Informatique fondamentale et appliquée

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM BLIMAN Samuël  
BOUVARD Maurice  
COHEN Joseph  
GUYOT Pierre  
JOUBERT Jean-Claude  
LACOME Jean-Louis  
ROBERT François  
SABONNADIÈRE Jean-Claude  
ZADWORYN François

Electronique - Automatique  
Génie Mécanique  
Electronique - Automatique  
Métallurgie Physique  
Physique du Solide - Cristallographie  
Electronique - Automatique  
Analyse numérique  
Electronique - Automatique  
Electronique - Automatique

MAÎTRES DE CONFÉRENCES

MM ANCEAU François  
CHARTIER Germain  
Mme CHERUY Arlette  
CHIAVERINA Jean  
IVANES Marcel  
LESIEUR Marcel  
MORET Roger  
PIAU Jean-Michel  
PIERRARD Jean-Marie  
Mme SAUCIER Gabrielle  
SOHM Jean-Claude

Informatique fondamentale et appliquée  
Electronique - Automatique  
Automatique  
Biologie, biochimie, agronomie  
Electronique - Automatique  
Mécanique  
Physique nucléaire - corpusculaire  
Mécanique  
Mécanique  
Informatique fondamentale et appliquée  
Chimie Physique

CHERCHEURS DU C.N.R.S. (Directeur et Maîtres de Recherche)

M FRUCHART Robert	Directeur de Recherche
MM ANSARA Ibrahim	Maître de Recherche
BRONOEL Guy	Maître de Recherche
CARRE René	Maître de Recherche
DAVID René	Maître de Recherche
DRIOLE Jean	Maître de Recherche
KLEITZ Michel	Maître de Recherche
LANDAU Ioan-Doré	Maître de Recherche
MERMET Jean	Maître de Recherche
MUNIER Jacques	Maître de Recherche

Personnalités habilitées à diriger des travaux de recherche (Décision du Conseil Scientifique)

E.N.S.E.E.G.

MM BISCONDI Michel	Ecole des Mines ST ETIENNE (dépt. Métallurgie)
BOOS Jean-Yves	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
DRIVER Julian	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
KOBYLANSKI André	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
LE COZE Jean	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
LESBATS Pierre	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
RIEU Jean	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
SAINFORT	C.E.N. GRENOBLE (Métallurgie)
SOUQUET Jean-Louis	U.S.M.G.
CAILLET Marcel	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
COULON Michel	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
GUILHOT Bernard	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
LALAUZE René	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
LANCELOT Francis	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
SARRAZIN Pierre	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
SOUSTELLE Michel	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
THEVENOT François	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
THOMAS Gérard	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
TOUZAIN Philippe	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
TRAN MINH Canh	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)

E.N.S.E.R.G.

MM BOREL Joseph	Centre d'Etudes Nucléaires de GRENOBLE
KAMARINOS Georges	Centre National Recherche Scientifique

E.N.S.E.G.P.

MM BORNARD Guy	Centre National Recherche Scientifique
DAVID René	Centre National Recherche Scientifique
DESCHIZEAUX Pierre	Centre National Recherche Scientifique

E.N.S.T.M.A.G.

MM COURPIN Jacques	Université des Sciences Sociales
LATOMBE Jean-Claude	Institut National Polytechnique GRENOBLE
LUCAS Michel	Université Scientifique et Médicale GRENOBLE

# SOMMAIRE

---

	Pages :
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1. CONCEPTION DU TRANSDUCTEUR.....	6
1.1. Conditions générales	6
1.2. Généralités sur les éléments de la motilité de l'organisme humain...	8
1.2.1. Récepteurs	8
1.2.2. Organes de sortie : les muscles striés	10
1.2.3. Aspects Cybernétiques	12
1.3. Structure du Transducteur	14
1.3.1. Organes de contrôle	15
1.3.2. Motorisation	15
1.3.3. Fonctionnement général	15
NOTES CHAPITRE 1	18
CHAPITRE 2. MODELISATION DE LA PARTIE MECANIQUE DU TRANSDUCTEUR.....	19
2.1. Disposition des capteurs de force	20
2.2. Disposition des capteurs de déplacement	23
2.3. Choix d'un système de coordonnées	23
2.3.1. Transformation du signal $F_j$	24
2.4. Equations du mouvement	26
2.4.1. Energie cinétique	28
2.4.2. Energie potentielle	28
2.4.3. Equations générales	28
2.4.4. Equations linéarisées	30
2.5. Observabilité et gouvernabilité des modes	31
2.6. Fonctions de transfert	32
NOTES CHAPITRE 2	34
CHAPITRE 3. COUPLAGE ET SIMULATION - STABILITE - .....	35
3.1. Représentation des systèmes	36
3.2. Couplage à plusieurs directions	38
3.3. Stabilité	39
3.4. Simulation	42
NOTE CHAPITRE 3	43
CHAPITRE 4. TRANSDUCTEUR A UN DEGRE DE LIBERTE REALISE.....	44
4.1. Géométrie	45
4.2. Cahier des charges	45
4.3. Réalisation	47
4.3.1. Motorisation	47
4.3.2. Commande des coupleurs	49
4.3.2.1. Amplificateur de commande	52
4.3.2.2. Discriminateur	54
4.3.3. Courbes de réponse	55
4.3.4. Les capteurs	55
4.3.4.1. Les capteurs de position	55
4.3.4.2. Les capteurs de force	57

CHAPITRE 5. COUPLAGE ET SIMULATION A UN DEGRE DE LIBERTE.....	59
5.1. Equations du transducteur.....	59
5.2. Boucle d'asservissement de position de la touche d'entrée.....	61
5.3. Simulation.....	62
CONCLUSION.....	66
BIBLIOGRAPHIE.....	67
ANNEXE 1      Eléments de mécanique du solide - Relations entre les compo- santes de $dA$ et les coefficients de la matrice $U$ .....	69
ANNEXE 2      Capteur de force : calcul d'un parallélogramme déformable à deux lames.....	73
ANNEXE 3      Méthode de mesure.....	78
ANNEXE 4      Schémas électriques.....	84



Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué à l'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE d'ELECTRONIQUE et de RADIOÉLECTRICITÉ de GRENOBLE (E.N.S.E.R.G.), dans le laboratoire de la Communication Parlée et de l'Instrumentation de Mesure, équipe de Recherche Associée au C.N.R.S.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur le Professeur M. BUILE-BODIN, Directeur de l'E.N.S.E.R.G., et je le remercie vivement d'avoir bien voulu me faire l'honneur d'accepter la présidence du jury de cette thèse.

Je tiens à adresser mes plus vifs remerciements à Monsieur le Professeur J.C. RISSET, responsable du département informatique à l'IRCAM, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de s'intéresser à mes travaux. Je lui suis très reconnaissant d'avoir bien voulu participer à ce jury.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur R. LANCIA, Directeur du laboratoire de la Communication Parlée et de l'Instrumentation de Mesure ; je le remercie pour les conseils fructueux et les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer.

Je remercie le Ministère de la Culture et de l'Environnement dont l'aide, depuis 1976, a rendu possible ces travaux de recherche.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur R. CARRE, Maître de Recherche au C.N.R.S., qui m'a toujours encouragé et dont les conseils avisés m'ont souvent aidé dans l'accomplissement de mon travail.

Mes travaux ont été grandement facilités par l'ambiance d'amitié et de coopération qui règne au laboratoire de la Communication Parlée et de l'Instrumentation de Mesure. J'en suis gré à tous mes camarades.

Je désire également mentionner l'assistance technique que m'ont fournie, durant mes recherches, Monsieur C. PERRON, Ingénieur au C.N.R.S. et l'équipe des techniciens du laboratoire : Mme REVIL-SIGNORAT et M. MEDVES. Ils ont grandement facilité la réalisation matérielle de ce travail.

Enfin, je ne saurais manquer de remercier très vivement Madame LAUGIER et le Service de reprographie de l'E.N.S.E.R.G., dirigé par Mademoiselle MERKLEN, pour la réalisation matérielle de ce mémoire.

## INTRODUCTION

La synthèse d'objets acoustiques élémentaires ou élaborés à destination d'une perception musicale, s'est développée à partir des systèmes de génération électronique, notamment avec, au départ, les dispositifs à "Voltage Control". Le relais pris par l'ordinateur qui permet d'accéder à une étude du son à un niveau plus microstructurel, pose actuellement le problème selon une dimension nouvelle.

Des systèmes entièrement logiciels (tels MUSIC V et les programmes élaborés qui en dérivent) ou mixtes (pilotage de synthétiseurs digitaux (1)) offrent actuellement la possibilité de produire, d'une manière très fine, des sons instrumentaux connus. Plus loin que ces expériences et indépendamment dans un premier temps, des processus compositionnels, la synthèse de sons inouïs parfaitement reproductibles, ouvre un champ perceptif nouveau.

Cependant, une limite semble se définir dans ce domaine, au niveau même de la production de ces objets sonores, en raison du rapport expérimental défini par le contexte des organes périphériques d'accès aux paramètres. L'analyse plus précise de cette limitation a fait l'objet d'une publication (2) et nous n'y reviendrons pas en détail ici. Nous dirons simplement, en termes d'expérience sensorielle, que le rapport instrumental avec l'ordinateur, nécessite une approche particulière.

---

(1) Par exemple, le système "Synclavier" de New England Digital Corp.

(2) Fondement d'une démarche de Recherche Informatique Musicale, Revue d'Acoustique, n° 45, juin 1978.



Dans l'expérience traditionnelle, les circuits sensoriels impliqués participent d'une certaine globalité. On peut identifier au moins deux chaînes bouclées : du geste à la perception acoustique, du geste à la perception gestuelle (ou mécanique). La première chaîne associe l'action mécanique par l'intermédiaire des membres supérieurs (mains, doigts) sur le milieu extérieur, à des variations acoustiques sensibles de celui-ci. La deuxième, précisément moins développée dans les applications de l'électronique et de l'informatique à la musique, joue un rôle cependant important. Dans les instruments traditionnels, l'organe qui capte les informations de jeu de l'instrumentiste possède, avant même de se définir acoustiquement, un comportement mécanique propre, perçu de manière très fine et déterminante au cours de ce jeu. C'est ce que nous appelons ici la "perception gestuelle", processus complexe qui englobe plusieurs sens : toucher, perception du jeu des muscles, etc...

L'hypothèse qui guide la recherche à laquelle se réfère cet exposé, consiste à reconnaître une importance particulière à ces circuits sensoriels dans le processus d'élaboration des codes musicaux.

La démarche dont il est alors question, s'attache à l'étude expérimentale de cet espace gestuel d'une manière indépendante, dans un premier temps au moins, du problème de la synthèse musicale.

En fait, nous rencontrons au niveau même de la définition de notre champ expérimental, les mêmes obstacles que dans toute tentative de contrôle de processus incluant l'individu humain pour lequel les modèles cybernétiques sont actuellement trop limités.

La réalisation d'un instrument programmable au niveau même de son comportement mécanique sera alors décomposée en étapes successives de réalisations de prototypes permettant d'élaborer les modèles de comportement humain pour ce qui est des chaînes de contrôle mécaniques les plus simples dans un premier temps, pour aboutir ensuite, à un niveau de processus évolués incluant la perception musicale.

Les moyens pour cette étude s'appuient en fait sur deux classes d'expériences :

1/ Etude et éventuellement modification des grandeurs mécaniques intervenant dans la manipulation - Utilisation de télémanipulateurs.

2/ Manipulation de systèmes simulés.

Dans le premier cas, il s'agit évidemment d'interposer dans la liaison mécanique entre un opérateur humain et son milieu extérieur qu'il manipule, un appareillage susceptible de mesurer certaines grandeurs mécaniques. On peut alors avoir intérêt à décomposer la liaison mécanique en un couple de lignes de transmission, dirigées en sens inverse, de signaux électriques, afin d'en faciliter le traitement ou la mémorisation. Ceci suppose l'utilisation de dispositifs permettant les transformations de grandeurs mécaniques en signaux électriques et inversement. Nous avons adopté pour de tels dispositifs, la dénomination de "transducteur".

Dans le deuxième cas, l'utilisation d'un transducteur permet de coupler un système mécanique à un autre système de nature différente, par exemple, un calculateur analogique traitant des signaux électriques et présentant l'intérêt d'une structure aisément modifiable. Il s'agit alors d'une simulation d'un système mécanique par un dispositif électronique.

L'utilisation conjointe de ces deux dispositifs est un moyen d'investigation de notre "espace gestuel", le premier permettant l'analyse du couplage mécanique de l'opérateur humain avec des mécanismes simples existants, le second permettant la synthèse de systèmes mécaniques manipulables.

Cette dernière configuration constitue un système de commande exploitable en liaison avec un dispositif de synthèse acoustique. Nous pensons qu'à chaque étape de notre programme de recherche, nous serons conduit à utiliser les deux types de dispositifs, le premier tenant probablement un rôle prépondérant dans la première phase de cette recherche.

C'est ce que nous avons représenté schématiquement dans l'organigramme de la figure 1.

L'exposé qui suit, tente alors de poser, indépendamment de notre objectif, qui est la synthèse musicale par ordinateur, le problème de l'analyse et de la synthèse de l'espace gestuel.

Les problèmes généraux posés par la conception de dispositifs tels que transducteur et simulateur, seront abordés dans les chapitres 2 et 3.

La dernière partie sera consacrée à la description plus détaillée du système de commande à 1 degré de liberté que nous avons pu réaliser, ainsi que ses possibilités d'exploitation et ses limites.

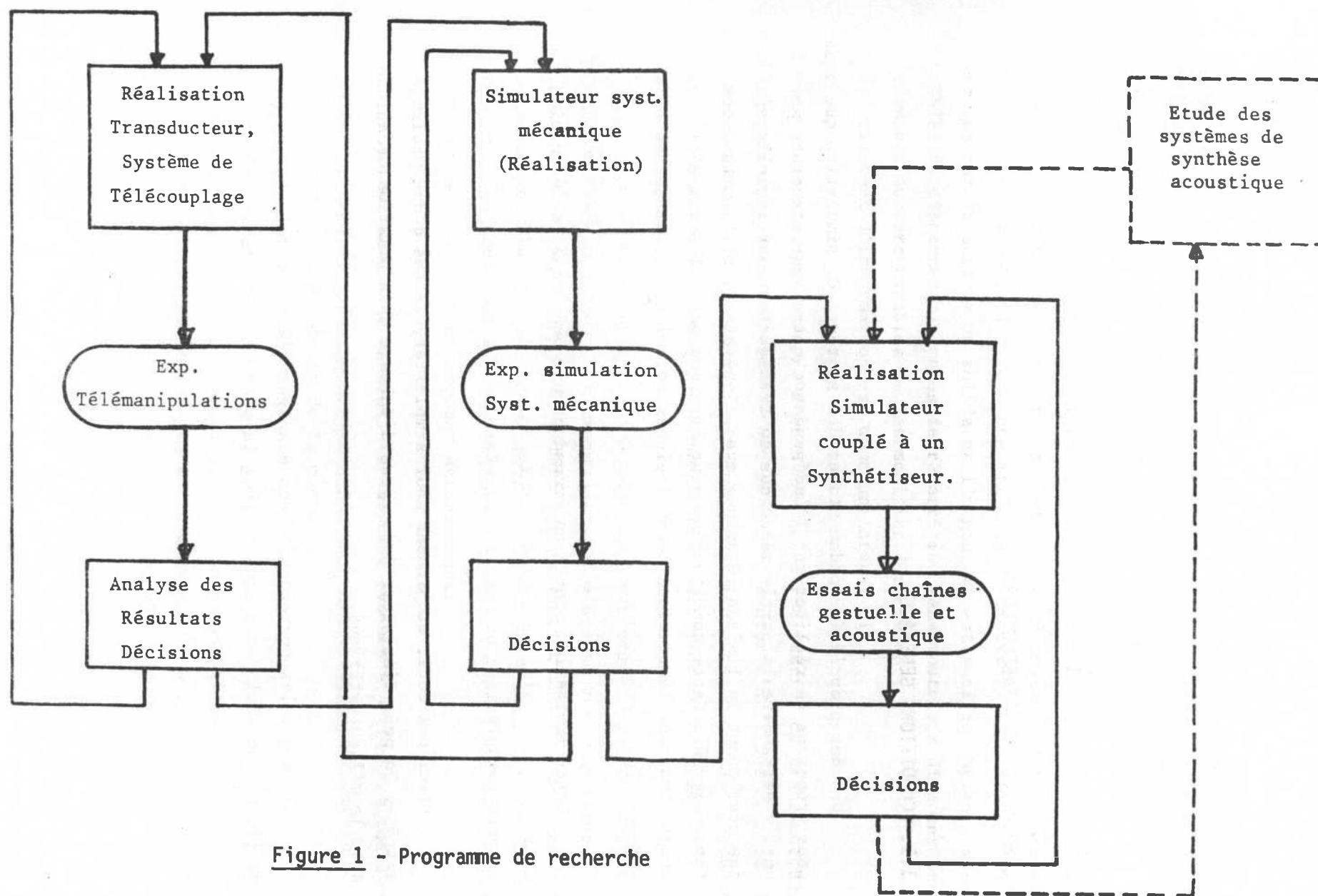


Figure 1 - Programme de recherche

## CHAPITRE 1

### CONCEPTION DU TRANSDUCTEUR

#### 1.1. CONDITIONS GENERALES

Une des propriétés fondamentales des systèmes de simulation que nous nous proposons de réaliser est l'indépendance entre leur structure mécanique, c'est-à-dire la partie mécanique du transducteur par laquelle s'effectue réellement la liaison mécanique avec l'opérateur, et la nature des systèmes simulés. Cette condition ne peut être que partiellement réalisée, compte tenu des limitations technologiques actuelles, notamment en ce qui concerne les servomoteurs.

Cette limitation propre au transducteur conduira à la définition d'un domaine de manipulation inclus dans le domaine de manipulation par lequel on peut caractériser un membre manipulateur - la main humaine, par exemple.

Précisons ceci, et prenons pour simplifier, le cas d'une phalange extrême. On peut distinguer deux types d'échange d'information mécanique avec le milieu extérieur.

a) Le premier correspond à des échanges d'énergie suivant les 6 degrés de liberté de déplacement que possède la phalange par rapport à un référentiel lié à l'opérateur. La position de la phalange de liaison peut être décrite par 6 variables que l'on représentera par le vecteur  $X$ . De même, le champ des forces de liaison peut être décrit par ses éléments de réduction, c'est-à-dire 6 variables représentées par le vecteur  $F$ .

Chacun des deux systèmes (l'opérateur humain et le système manipulé), impose à la liaison (c'est-à-dire à X et F) un nombre égal de contraintes qui conduisent à la détermination, à chaque instant, de X et F qui apparaissent ainsi comme des signaux résultant du couplage des deux systèmes. Ces signaux véhiculent une information mécanique dans les deux sens, mais les voies de transmission correspondantes ne sont pas distinctes physiquement.

b) Le second est relatif au mode de répartition des forces de liaison. En effet, pour une même valeur des éléments de réduction des forces extérieures (selon a)), il existe une infinité de répartitions possibles de ces forces sur la surface du solide et l'organisme est muni de capteurs susceptibles de discerner ces modes de répartition sans toutefois disposer des éléments moteurs capables de les modifier directement. Le transfert d'information est donc unilatéral (1).

Nous pouvons aborder le problème de la réalisation du transducteur par l'examen du système humain ou tout au moins, tenter d'utiliser au mieux les connaissances actuelles en la matière ; certains aspects devront cependant être précisés expérimentalement par la réalisation de prototypes.

a) On s'intéressera, tout d'abord, aux structures géométriques de l'appareil moteur humain, notamment l'anatomie des membres supérieurs. Il est nécessaire, après avoir défini les paramètres mécaniques décrivant les échanges d'énergie entre le membre manipulateur et tout système mécanique extérieur, d'en évaluer les valeurs extrêmes, compte tenu des modèles anatomiques dont on peut disposer actuellement.

b) Les seuils de sensibilité absolus évalués à partir des modèles des traducteurs d'entrée du système nerveux humain, sont les éléments d'évaluation de la précision de la machine.

c) Les modèles cybernétiques du comportement humain, permettent, dans certaines limites, une connaissance de la nature de la charge imposée au système transducteur et d'en prévoir le comportement dynamique au voisinage des fréquences de coupure, ceci afin d'en assurer la stabilité.

(1) Voir notes page 18.



## 1.2. GENERALITES SUR LES ELEMENTS DE LA MOTILITE DE L'ORGANISME HUMAIN

### 1.2.1. Récepteurs

Les informations transmises et traitées par le réseau nerveux trouvent leur source à l'extérieur de celui-ci et agissent par l'intermédiaire de récepteurs ou traducteurs d'entrée. Parmi ceux-ci, certains concernent plus particulièrement les processus de la motilité (2), notamment les couplages mécaniques par les phalanges extrêmes.

Il faut distinguer ici, deux types de récepteurs :

a) Les récepteurs cutanés ou extérorécepteurs (Fig. 2). Parmi ceux-ci, seuls les barorécepteurs situés dans l'hypoderme (corpuscules de Pacini peu sensibles et de Golgi plus sensibles) sont susceptibles de jouer un rôle dans des processus réflexes suffisamment rapides, pour provoquer une instabilité du transducteur. En fait, les récepteurs épidermiques (terminaisons libres ou corpuscules de Meissner, disques de Merkel) ne transmettent pas d'information si le transducteur gestuel est en liaison constante avec l'opérateur (3).

b) Les propriocepteurs, dont certains situés au voisinage des fibres musculaires, fournissent une information sur la tension musculaire qui dépend de l'excitation neuronale, mais aussi de la réaction mécanique de la charge - en l'occurrence du transducteur -

Ces propriocepteurs jouent un rôle fondamental dans les processus de maintien du tonus musculaire, dans la réalisation des réactions de sustentation, etc... C'est pourquoi ils sont reliés par des chaînes très directes, aux motoneurones, et donc aux fibres musculaires. Le comportement à court terme de la charge mécanique imposée au système transducteur sera en grande partie conditionné par ces boucles dont il est nécessaire d'étudier le fonctionnement (1.3.)

(2),(3) Voir notes page 18

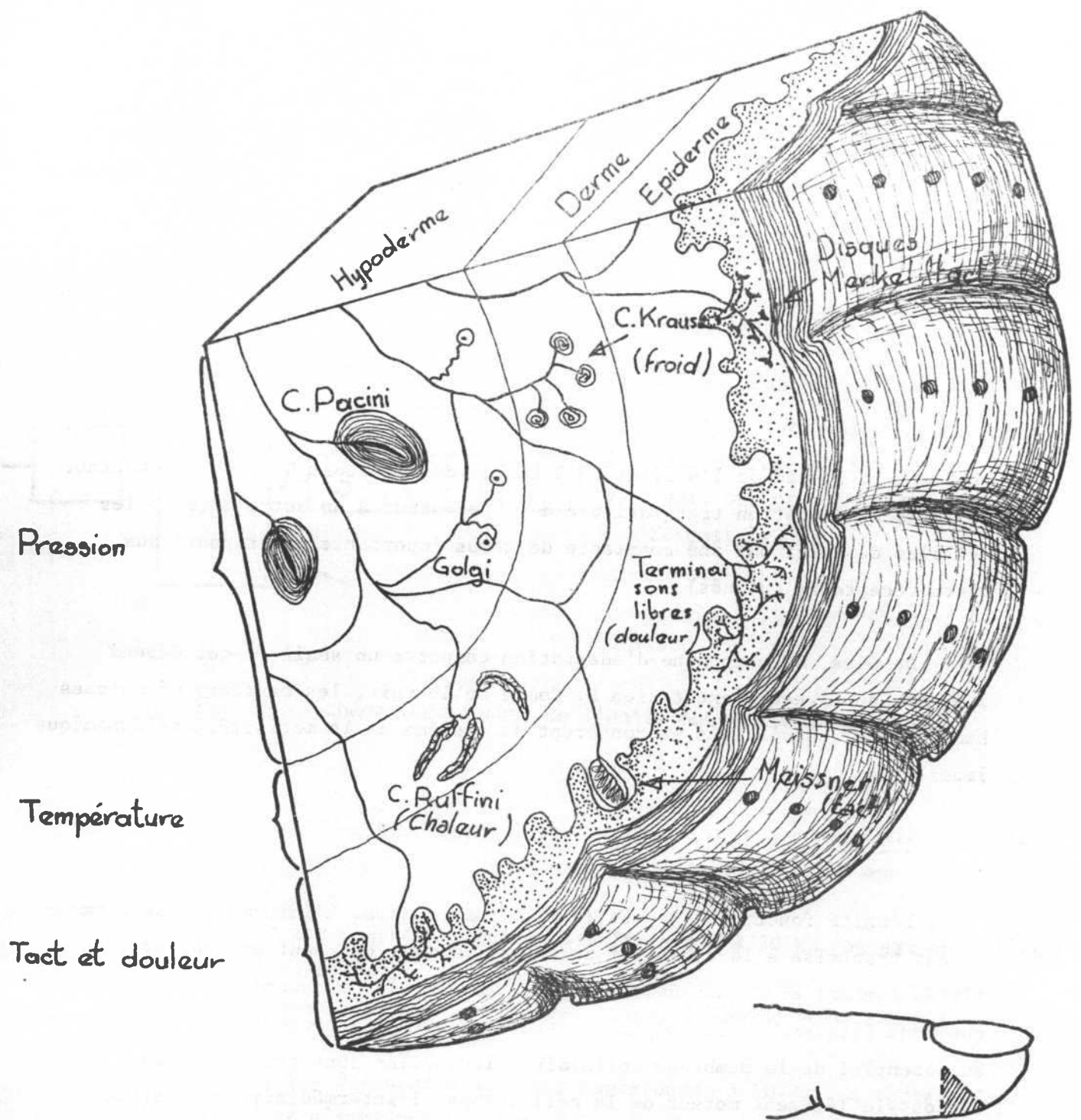


Figure 2 - Coupe schématique de la peau du doigt.

Les récepteurs sont tous non linéaires. Ils ont un seuil qui dépend de la structure de la portion non nerveuse, et un niveau de saturation qui dépend des propriétés de la fibre nerveuse. De plus, ils ont la propriété d'adaptation qui constitue un autre type de non linéarité.

La fréquence des impulsions axonales  $f$  suit en effet, la loi :

$$f = \left( \exp - \frac{t}{\tau} \right) K \log E ,$$

où  $E$  est le niveau de l'excitation à partir de l'instant 0 et  $\tau$  la constante de temps d'adaptation très variable d'un récepteur à un autre : (ex : les cellules de Golgi ont une constante de temps importante par rapport aux thermorécepteurs cutanés).

De plus, le phénomène d'adaptation comporte un seuil  $f'$  qui dépend lui-même du niveau d'excitation  $E$ . Comme on le voit, les capteurs mécaniques humains sont spécialisés et confèrent au système de la motilité, une dynamique importante.

### 1.2.2. Organes de sortie : les muscles striés

L'unité fonctionnelle est la fibre musculaire. L'information de commande est transmise à la fibre par un neurone moteur qui peut exciter plusieurs fibres formant alors une unité motrice. Les impulsions axonales (à condition que leur fréquence soit comprise entre 5 et 50 Hz) provoquent des oscillations du potentiel de la membrane cellulaire, lesquelles sont transmises au sarcostyle (élément moteur de la cellule) par l'intermédiaire du système sarcotubulaire. (figure 3)

Actuellement, on peut décrire très précisément le fonctionnement du neurone moteur et les lois régissant l'évolution spatiale et temporelle des concentrations du médiateur chimique dans la synapse neuro-musculaire. On sait alors établir une relation entre la fréquence des oscillations du potentiel de la membrane et celle des impulsions axonales : il s'agit d'une relation non linéaire.

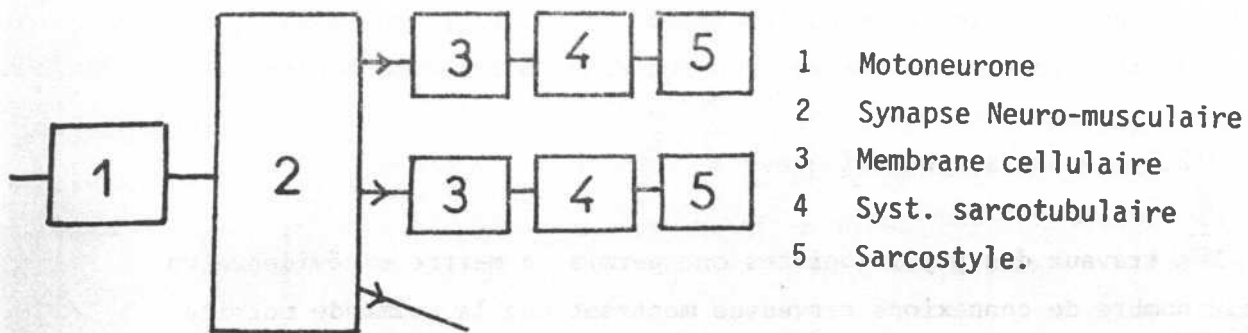


Figure 3 - Schéma fonctionnel de l'unité motrice.

Par ailleurs, on sait caractériser globalement le comportement de la chaîne Axone-Synapse sarcostyle et il faut distinguer 3 niveaux :

a) Pour les fréquences axonales inférieures à 50 Hz, on est en présence de contractions périodiques d'amplitude constante, et dont la fréquence est liée à la fréquence axonale par la relation précédente.

b) Pour les fréquences axonales supérieures à 50 Hz, la contraction est continue et d'amplitude maximale, le niveau de contraction étant environ 4 fois supérieur au précédent (c'est la réponse tétanique).

c) Pour une plage de fréquences intermédiaires, des recherches récentes ont montré qu'on était en présence de contractions périodiques dont le niveau serait variable, croissant avec la fréquence axonale jusqu'au niveau de tétanisation.

En fait, la réponse d'un muscle n'a rien à voir avec les contractions périodiques des unités motrices. Cette différence est due à l'intervention de réseaux de neurones qui assurent une répartition spatiale des commandes des unités motrices en fonction de l'intensité d'un signal moteur.

Il faut également souligner qu'on ne dispose pas actuellement de modèle très précis du comportement mécanique propre de la fibre musculaire, notamment en ce qui concerne sa raideur, en fonction du niveau d'excitation.

### 1.2.3. Aspects cybernétiques

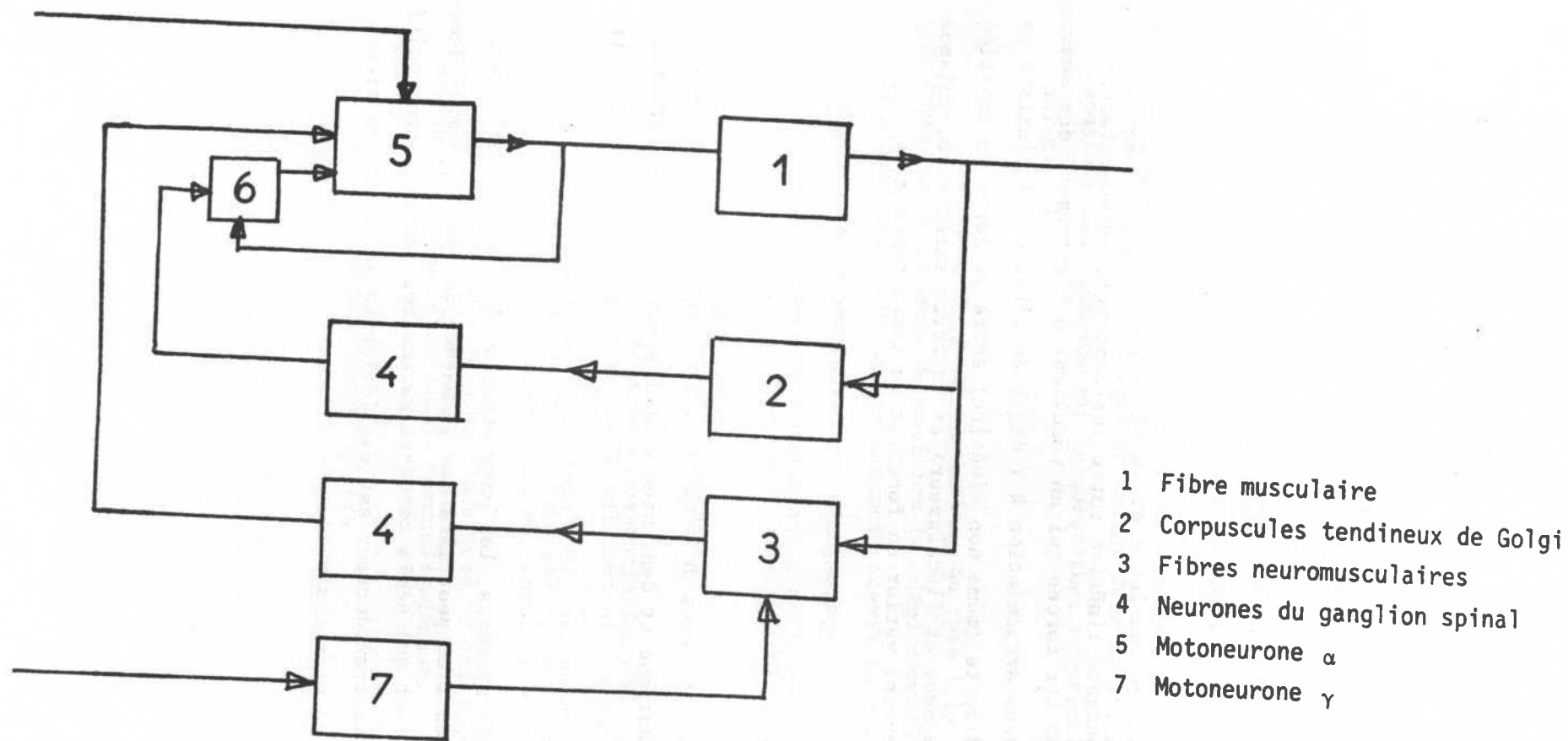
Les travaux des physiologistes ont permis de mettre en évidence un certain nombre de connexions nerveuses montrant que la commande motrice est au niveau le plus bas de la hiérarchie nevraxiale, un système bouclé (figure 4).

Deux types de propriocepteurs interviennent comme éléments de mesure de la contraction musculaire :

a) Les fuseaux neuromusculaires comprimés par les fibres musculaires, mesurent une contraction musculaire minimale, de 1 à  $2 \cdot 10^{-2}$  N. L'information est transmise au motoneurone par l'intermédiaire d'une chaîne à 1 neurone et agit en réaction. Il en résulte un effet d'amplification.

b) Les corpuscules tendineux de Golgi, dont le seuil de sensibilité correspond à une traction de 1 à 2 N sur les tendons musculaires. La chaîne de retour est une voie bisynaptique qui agit en contre-réaction, mais à partir d'un seuil beaucoup plus élevé.

Cette chaîne comporte un neurone inhibiteur sur lequel agit directement une collatérale de l'axone du motoneurone : ceci correspond à une deuxième boucle de contre-réaction qui n'inclut pas les cellules musculaires. L'étude du réflexe myotatique met en évidence un temps de latence pendant lequel aucune activité n'est détectée sur le nerf moteur. On pense que la présence de cette boucle peut expliquer le phénomène.



**Figure 4** - Schéma fonctionnel des chaînes de réaction élémentaire intervenant dans la motilité.



Comme nous l'avons dit, l'intensité de la contraction musculaire peut varier de façon quasi continue, alors que les unités motrices fonctionnent en "tout ou rien". L'intégration temporelle des contractions périodiques de chaque unité motrice y contribue, mais il faut surtout tenir compte des réseaux intercalaires mis en évidence par Lloyd (4) et qui ont pour rôle de recruter un nombre  $N$  d'unités motrices, en fonction de l'intensité du signal moteur.

Il faut noter, ici, que, si pour une même intensité, le nombre  $N$  est constant, la distribution des unités excitées ne l'est pas et varie constamment et de manière aléatoire.

D'autre part, l'anatomie du squelette et du système musculaire montre qu'il n'y a pas une correspondance linéaire entre les contractions musculaires et les déplacements (ou les forces qui en résultent à l'extrémité des membres). Par ailleurs, dans chaque articulation à 1 degré de liberté, il n'existe pas non plus de relation directe (même non linéaire) entre la force de traction de chaque muscle (extenseur et fléchisseur) et la force extérieure, puisque des forces internes peuvent varier en fonction du tonus musculaire.

### 1.3. STRUCTURE DU TRANSDUCTEUR

Actuellement, des systèmes de simulation mécanique sont couramment utilisés dans l'aéronautique et dans bien d'autres domaines. Ils permettent la formation de personnels à la conduite d'engins ou rendent cette conduite plus aisée. Dans ce dernier cas, il s'agit plutôt de systèmes de télémanipulation introduisant une transformation de la nature de la charge manipulée. En général, sur de tels systèmes, les paramètres de la charge simulée varient dans d'étroites limites ; on peut dire que la nature du système simulé demeure pratiquement constante et que seuls certains paramètres peuvent être modifiés. Dans ce cas, le système transducteur est particularisé et adapté au mieux à la manipulation de la charge simulée.

Notre problème étant, au contraire, d'exploiter au mieux les possibilités de l'organisme humain, la conception de notre transducteur sera toujours déduite de l'étude de ces possibilités.

(4) Voir notes page 18.

Dans un premier temps, nous ne réaliserons que des dispositifs très simples avec un nombre de degrés de liberté limité, et présentant aussi la particularité de ne pas satisfaire aux conditions évoquées en 1.1.b), c'est-à-dire qu'on pourra assimiler le système de simulation à un ensemble de dipôles mécaniques programmables, chacun d'eux correspondant à un degré de liberté.

### 1.3.1. Organes de contrôle

Le transducteur comporte un ensemble de capteurs fournissant les signaux images des forces circulant dans la liaison ainsi que la position spatiale des éléments qui la constitue, en principe, un ensemble de corps solides.

Par exemple, pour une liaison du type 1.1a) nous aurons 6 capteurs de forces et 6 capteurs de position (ou déplacement).

Il s'agit ici, d'un nombre minimum nécessaire à assurer le contrôle de la liaison mais on peut envisager d'augmenter ce nombre de capteurs de façon à couvrir une dynamique équivalente à celle de l'organisme humain.

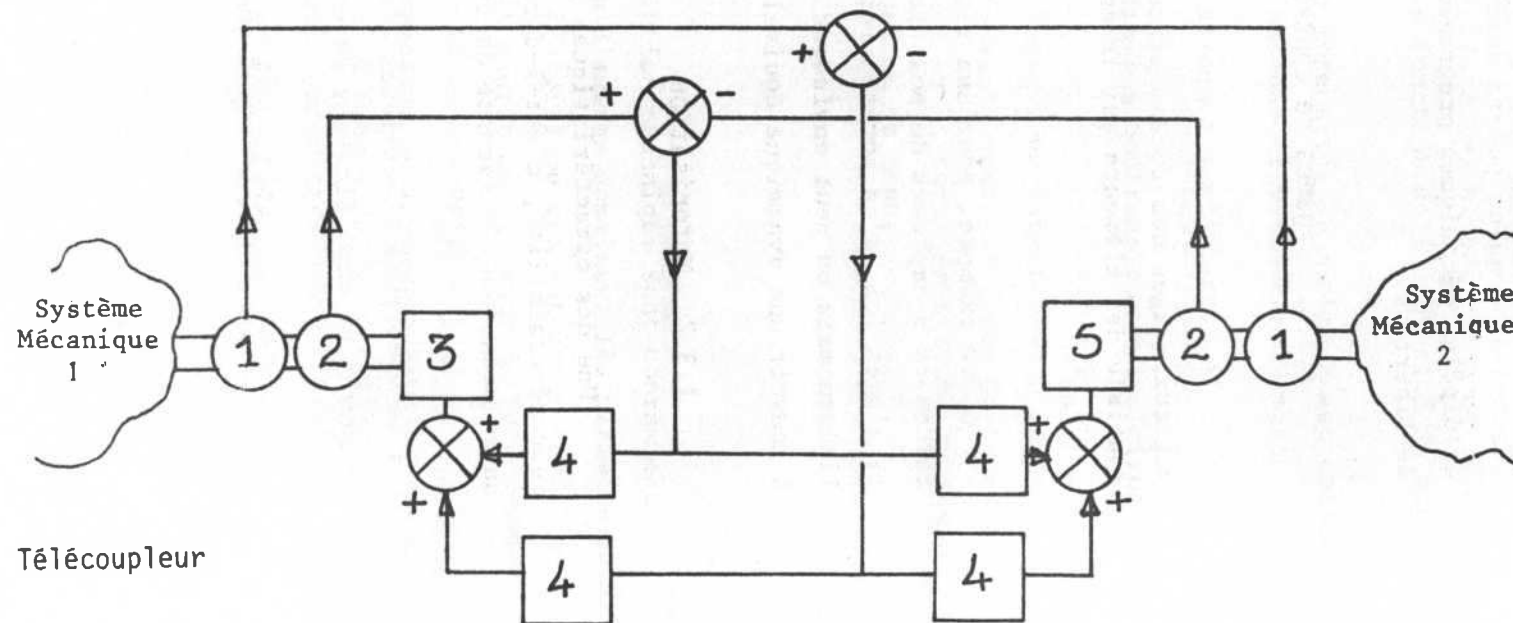
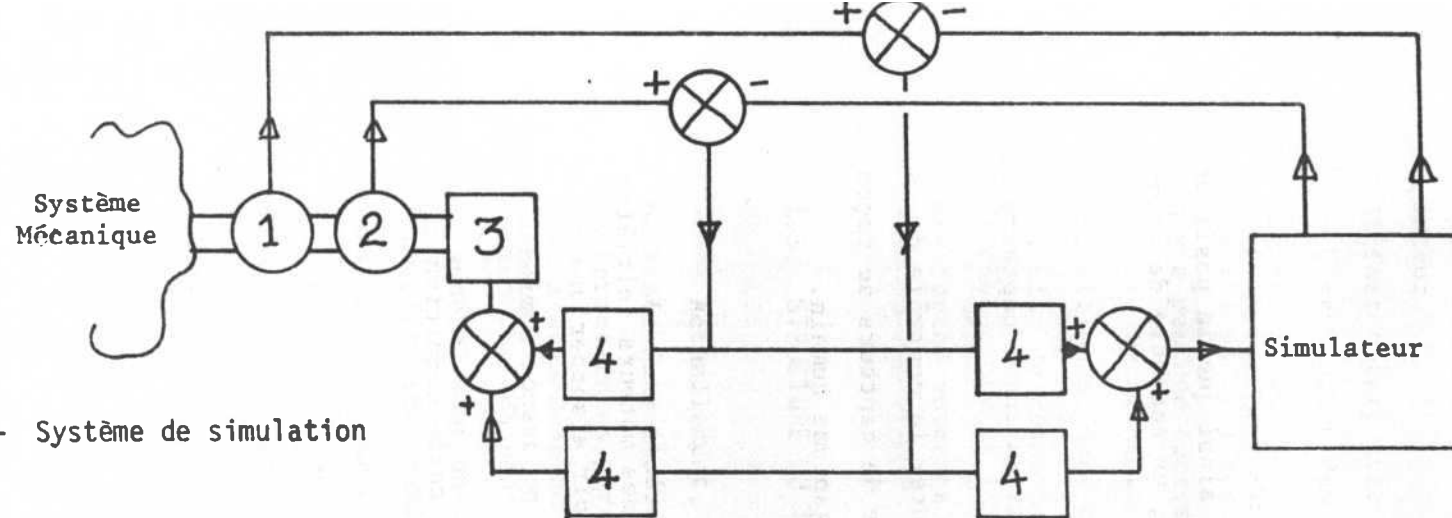
### 1.3.2. Motorisation

Une des caractéristiques essentielles des organes moteurs doit être leur réversibilité, c'est-à-dire qu'ils doivent pouvoir absorber une puissance mécanique (puissance de freinage) égale à leur puissance nominale motrice.

Les servomoteurs électriques classiques ne satisfont cette condition que moyennant un amplificateur de commande adéquat.

### 1.3.3. Fonctionnement général

Le schéma de principe de l'ensemble de simulation est représenté figure 5.



- 1 Capteurs de force
- 2 Capteurs de déplacement
- 3 Moteurs et mécanismes transducteurs
- 4 Filtres correcteurs
- 5 Moteurs et mécanismes transducteurs.

Le simulateur (voir chapitre 3) est un système commandable, la dimension de l'espace des commandes étant égal au nombre  $N$  de degrés de libertés de la liaison.

L'état d'un tel système est caractérisé par un vecteur dont on peut déduire par une transformation, les valeurs de consigne  $F'$ ,  $X'$  des forces et déplacements de la liaison.

Un système de couplage assure la liaison entre le transducteur et le simulateur ; sa fonction est donc la suivante :

A partir des signaux de mesure issus des capteurs et du signal image de l'état du système simulé, il fournit :

a) Un signal de contrôle de la liaison mécanique qui sera le signal de commande des moteurs (on peut représenter ce signal par un vecteur défini dans un espace à  $N$  dimensions),

b) Un signal analogue au précédent, contrôlant le système simulé.

Le cas le plus simple correspond à une opération linéaire sur le signal d'erreur ( $F-F'$ ,  $X-X'$ ) qui est un vecteur défini sur un espace à  $2N$  dimensions.

Notons l'analogie entre un système de simulation (transducteur + simulateur) et un système de télécouplage pour lequel le simulateur serait remplacé par un deuxième transducteur (Figure 6).

Un des problèmes posés par la réalisation d'une telle machine est son comportement au voisinage des fréquences de coupure pour lesquelles des instabilités peuvent apparaître. Ce problème sera étudié au chapitre 3. Mais nous aborderons d'abord les questions relatives à la partie mécanique du transducteur dont la modélisation est nécessaire lorsqu'on désire étudier le comportement global du transducteur.

## NOTES CHAPITRE 1.

(1) La capacité de ce deuxième canal pourra être évaluée par la mesure du pouvoir séparateur spatial et la dynamique des capteurs cutanés.

(2) Concerne l'ensemble des relations mécaniques avec le milieu extérieur, mais on ne considère, ici, que l'activité mécanique des membres supérieurs.

(3) Il faut remarquer que des transducteurs où les forces extérieures peuvent être contrôlées en deçà des seuils de sensibilité des récepteurs cutanés humains, nécessitent que la liaison puisse être maintenue avec de telles forces.

Cela conduit à associer aux capteurs de forces du transducteur, d'autres capteurs de proximité optiques ou à jauges extensiométriques très sensibles, ainsi qu'un organe de décision permettant le choix du capteur de contact ou du capteur de force.

Nous n'envisagerons pas, pour le moment, de mettre en oeuvre de tels dispositifs.

(4) Voir bibliographie.

## CHAPITRE 2

### MODELISATION DE LA PARTIE MECANIQUE DU TRANSDUCTEUR

La partie mécanique du transducteur que nous venons de définir s'apparente, pour le cas où le nombre de degrés de liberté est supérieur à 3 ou 4, aux mécanismes articulés complexes tels qu'on en rencontre dans différents domaines.

Nous ferons donc appel pour l'étude et la mise en oeuvre du mécanisme transducteur, aux techniques de modélisation employées pour de tels systèmes (1). Remarquons, toutefois, qu'un modèle mathématique du transducteur ne peut résoudre les problèmes d'analyse, à savoir la simulation d'un mécanisme donné, ou de synthèse, tels les algorithmes de commande, le choix des moteurs pour une structure géométrique donnée, que s'il est associé à un modèle de charge acceptable ou au moins à des configurations extrêmes que peut prendre celle-ci. Des modèles à court terme du comportement de l'opérateur devront par rapport au type de couplage envisagé être précisés expérimentalement. (2)

Les problèmes de coordination rencontrés dans la commande des mécanismes articulés comme les robots industriels, ne seront pas abordés ici. La surabondance des degrés de libertés (gouvernables) du mécanisme transducteur par rapport à ceux de la liaison, permettent d'accroître les performances mécaniques du système. (3)

(1), (2), (3) Voir notes page 34.



Notons, enfin, qu'aux problèmes classiques d'observabilité, impliquant la définition d'un système de coordonnées permettant de décrire à chaque instant les positions relatives des éléments de la structure, s'ajoute celui de la mesure de l'état dynamique de la liaison suivant un système de coordonnées adaptées aux précédentes et permettant ainsi un couplage aisé au simulateur.

## 2.1. DISPOSITION DES CAPTEURS DE FORCES

2.1.1. Il est actuellement possible, grâce aux techniques de l'extensométrie, de réaliser des capteurs de force précis, sensibles et de forte raideur.

De tels capteurs fournissent, grâce à un assemblage judicieux de dynamomètres, les signaux images des 6 composantes du torseur des forces extérieures. Comme nous l'avons vu en 1, la liaison peut se décomposer en liaison à 6 degrés de liberté, chacune d'elles correspondant à une extrémité du mécanisme transducteur. Les capteurs de forces peuvent alors être placés à ces extrémités. Dans ce cas, le repère de référence des signaux dynamométriques est celui de chaque liaison solide (chaque extrémité).

2.1.2. Une deuxième possibilité consiste à intercaler un dynamomètre à une composante sur chaque pièce motrice (arbre moteur, piston...) Dans le cas où les capteurs de déplacement sont disposés de manière analogue sur chaque articulation ou glissière, et mesurent directement les positions relatives des éléments de la structure, l'ensemble des signaux obtenus est cohérent dans le sens où l'énergie mécanique totale fournie par les moteurs, peut se mettre sous la forme :

$$dW = \sum Q_i dq_i ,$$

$Q_i$  représente les signaux dynamométriques  
 $q_i$  " les signaux de position.

De tels signaux ne caractérisent l'état de liaison que dans certaines conditions bien particulières où les énergies potentielle et cinétique du mécanisme peuvent être négligées.

Les erreurs ainsi introduites sont de deux types :

a) Erreurs sur les  $Q_i$  : ( $\Delta Q_i = P_i + F_i$ ), lesquelles sont dues aux forces d'inertie  $F_i$ , ainsi qu'aux forces de gravité  $P_i$  (forces à caractère parasite dans le cadre de notre problème).

b) Erreurs sur les  $q_i$  : dues aux déformations de la structure (raideur finie).

Avec une telle disposition, les erreurs du type a) et b), peuvent être éliminées par une simulation du comportement de la structure (Figure 7).

On peut, par exemple, reproduire sur une structure mécanique semblable à celle du transducteur et identiquement pourvue de capteurs de forces, mais non chargée, les déplacements de celui-ci. Les signaux dynamométriques corrigés sont alors obtenus par différence.

La simulation sur ordinateur d'un tel processus est possible en temps réel, à condition de disposer de moyens de calcul puissants permettant l'intégration de l'équation différentielle de la structure.

Il faut également tenir compte, et c'est la limitation essentielle d'une telle configuration, que les forces d'inertie de la structure mécanique du transducteur sont d'un ordre de grandeur supérieur à celui des forces utiles (composantes des forces de liaison ramenées au niveau des moteurs), et que quel que soit le correcteur utilisé, la précision et la sensibilité s'en trouvent affectées puisqu'il agit par différence.

C'est pourquoi, nous considérons pour la suite, que les capteurs de forces sont disposés dans le voisinage immédiat de la liaison et de toute façon portés par le solide constituant celle-ci.

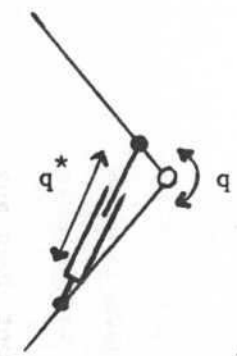
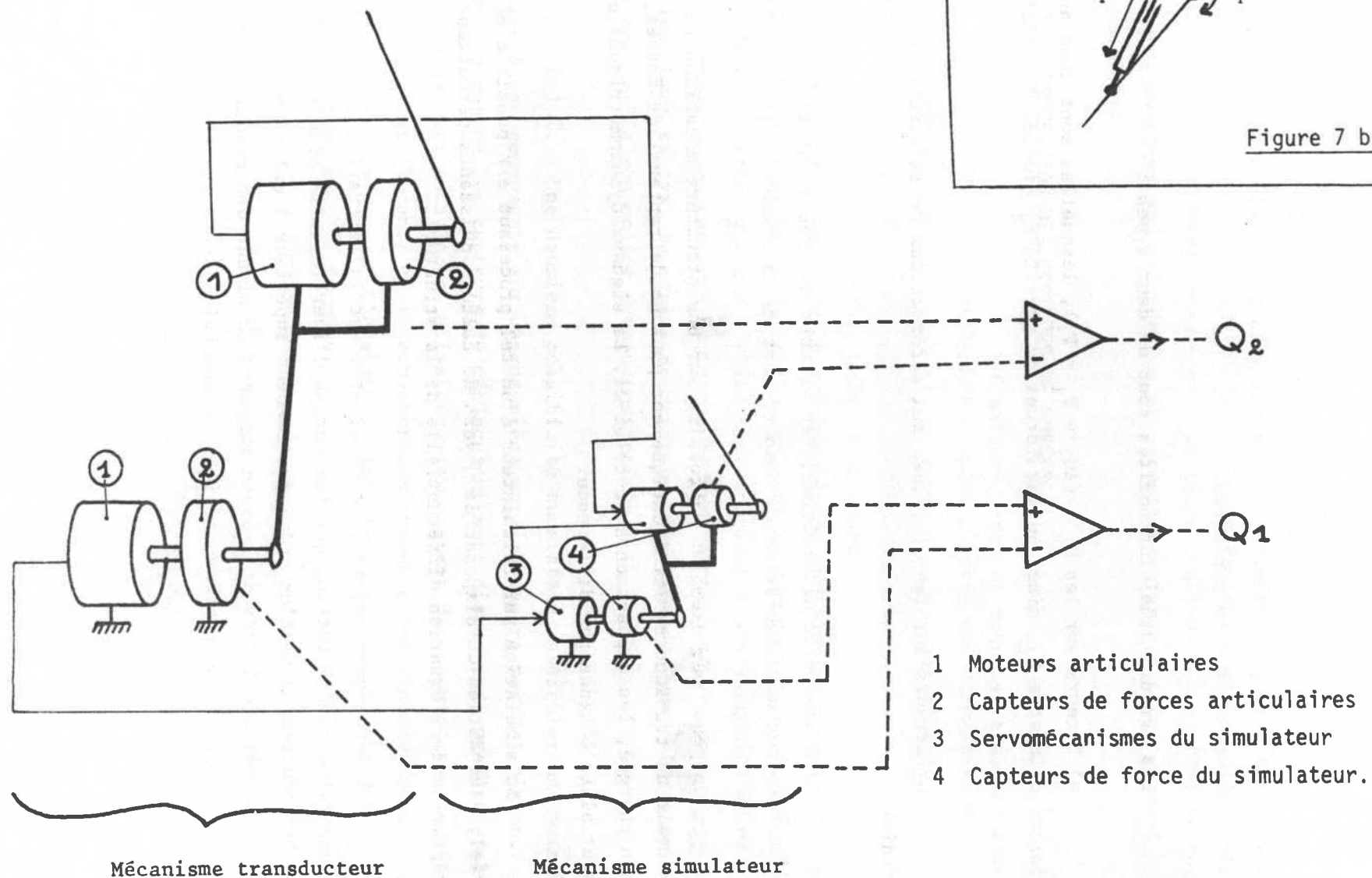


Figure 7 bis.

Figure 7 - Elimination des forces d'inertie et de gravité.

## 2.2. DISPOSITION DES CAPTEURS DE DEPLACEMENT - Structure présentant des boucles -

C'est le cas, par exemple, lorsque les moteurs articulaires sont des pistons à déplacement rectiligne. La structure présente alors des boucles et le nombre d'articulations et de glissières est supérieur au nombre de degrés de liberté de déplacement de l'extrémité. (figure 7 bis).

En général, les boucles peuvent être réduites, pour ce qui est de la modélisation, mais il peut arriver qu'il n'y ait pas une correspondance linéaire entre les variables de commande et les coordonnées articulaires (signaux issus des capteurs de position).

La correspondance entre les coordonnées équivalentes  $q_j^*$  (ramenées au niveau des moteurs) et des coordonnées définies par la position des capteurs  $q_j$ , peut être représentée par une fonction  $f$  :

$$\vec{q}^* = f(\vec{q}) .$$

En général (4), la fonction  $f$  est diagonale, c'est-à-dire que :

$$\frac{\partial f_j}{\partial q_i} = 0 , \quad \text{si } i \neq j .$$

Ce n'est pas le cas, si le capteur de position mesure directement les coordonnées des extrémités de la structure, au niveau de la liaison (5).

## 2.3. CHOIX D'UN SYSTEME DE COORDONNEES

Notations :	$q_i$	signaux des capteurs de position articulaires
	$q_j^*$	coordonnées des articulations motorisées
	$Q_j^*$	forces généralisées exercées par les moteurs
	$F_k$	signaux des capteurs de forces disposés au niveau de la liaison (§ 2.1.1.)

En raison de la disposition des capteurs de forces, il est nécessaire de se ramener à un système cohérent au sens de 2.1.2., sur les signaux fournis par ces capteurs (6).

Cette transformation appliquée au système des forces de liaison  $\{F_k\}$  donne un système de forces généralisées  $\{Q_j\}$  vérifiant la condition :

$$dW_e = \sum Q_j dq_j ,$$

où  $dW_e$  est l'énergie mécanique échangée au niveau de la liaison.

### 2.3.1. Transformation du signal $F_j$

Précisons ceci en particulierisant quelque peu le problème.

Supposons, en effet, que la liaison soit constituée de p corps solides et possède donc 6 p degrés de liberté.

La position de chacun de ces solides peut être définie par rapport au référent absolu, par p points origines  $G_k$   $\{k = 1, \dots, p\}$  et p matrices orthogonales droites  $[U_k]$  de sorte que :

$$[f^k] = [U_k][\dots F_j^k \dots]^T \quad \begin{matrix} j = 1 \dots 3 \\ k = 1 \dots p \end{matrix} , \quad (2.1.)$$

$$[\gamma^k] = [U_k][\dots \Gamma_j^k \dots]^T . \quad (2.2.)$$

$[f^k]$ ,  $[\gamma^k]$  sont les vecteurs colonnes des forces et moments résultants pour chaque élément solide  $\mathcal{S}_k$  de la liaison, exprimés dans le référentiel absolu.  $(F_j^k, \Gamma_j^k)$  sont les composantes de ces mêmes vecteurs dans le repère  $\mathcal{S}_k$  ; ils ont donc pour images électriques, les signaux dynamométriques  $F_r$   $\{r = 1, \dots, 6 p\}$

L'énergie mécanique échangée lors d'un déplacement élémentaire  $d\vec{G}_k, d\vec{A}_k$  peut se mettre sous la forme suivante, dans laquelle  $d\vec{A}_k$  est le vecteur représentatif d'une rotation : Voir Annexe 1.

(6) Voir notes page 34.

$$dW = \sum_{k=1, \dots, p} \vec{f}^k \cdot d\vec{G}_k + \vec{\gamma}^k \cdot d\vec{A}_k, \quad (2.3.)$$

$$= \sum_{j=1 \dots 6p} Q_j dq_j, \quad (2.4.)$$

où les  $G_k$  représentent les origines des repères  $\mathcal{G}_k$ .

On en déduit 
$$Q_j = \sum_{k=1}^p \vec{f}^k \cdot \frac{\partial \vec{G}_k}{\partial q_j} + \vec{\gamma}^k \cdot \frac{\partial \vec{A}_k}{\partial q_j}. \quad (2.5.)$$

Cette dernière équation permet le passage des signaux de mesure  $F_r$ , après transformation par les équations (2.1.) et (2.2.), aux signaux images des forces généralisées  $Q_j$  compatibles avec les signaux  $q_j$  issus des capteurs de position.

Il faut remarquer que si ces transformations correspondent à des opérations linéaires sur les vecteurs  $F, \Gamma, f, \gamma$  (produits matriciels), les coefficients de ces transformations sont en fait des fonctions complexes des coordonnées  $q_j$  de la structure.

Les coefficients  $r_{i,k}^j$  des matrices  $U_k$  constituent  $9 p$  fonctions des  $n$  coordonnées généralisées  $q_i$  ; or,  $n = 6 p$  pour le cas choisi. En fait, ces  $9 p$  fonctions sont liées par les  $6 p$  relations d'orthogonalité indépendantes des matrices  $U_k$ . Elles décrivent  $3 p$  degrés de liberté de la liaison, les degrés restants étant décrits par les coordonnées absolues des  $G_k$  qui constituent  $3 p$  fonctions  $g_k^i$  des  $q_j$ .

Par ailleurs, les relations permettant d'exprimer  $d\vec{A}_k$  en fonction des coordonnées  $q_j$  sont :

$$\frac{\partial \vec{A}_k}{\partial q_j} = \left[ \vec{r}_{3,k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{2,k}}{\partial q_j}, \vec{r}_{1,k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{3,k}}{\partial q_j}, \vec{r}_{2,k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{1,k}}{\partial q_j} \right]^T. \quad (2.6.)$$

Les  $\vec{r}_{i,k}$  représentent les vecteurs lignes de la matrice  $[U_k]$  - Voir annexe 3 -



A partir de la définition de la structure, et des coordonnées articulaires  $q_i$ , le premier travail consiste donc à déterminer les fonctions  $g_k^i$  et les matrices  $[U_k]$  sous forme orthogonale.

La transformation liant les signaux des capteurs de forces  $F^k, r^k$  aux forces généralisées  $Q_j$ , est définie par :

$$(2.7.) \quad Q_j = \sum_{k=1}^p \{ [U_k] [F_k] \} \cdot \frac{\partial G_k}{\partial q_j} + \{ [U_k] [r_k] \} \cdot \left[ \vec{r}_{3,k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{2,k}}{\partial q_j}, \vec{r}_{1,k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{3,k}}{\partial q_j}, \vec{r}_{2,k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{1,k}}{\partial q_j} \right]$$

Ce système de forces généralisées est cohérent avec les coordonnées généralisées  $q_i$  selon 2.1.2.

L'organigramme des transformations est représenté figure 8.

Un tel système n'opère aucune transformation sur les signaux de commande à condition que les capteurs de position et les moteurs soient disposés de telle sorte que :

$$[q_j]^T = [D] [q_k^*]^T,$$

où  $D$  est une matrice diagonale.

Remarquons qu'un tel choix n'est pas optimal dans le cas où l'extrémité du transducteur en liaison avec l'opérateur, est directement observée grâce à des dispositifs indépendants du mécanisme moteur, (optiques par exemple).

## 2.4. EQUATIONS DU MOUVEMENT

Les paramètres dynamiques de la structure étant définis, il est alors possible d'exprimer les énergies cinétique et potentielle en fonction des coordonnées généralisées choisies et de leurs dérivées. On désignera par  $n$ , le nombre de degrés de liberté du système ( $n = 3p$  dans le cas précédent).

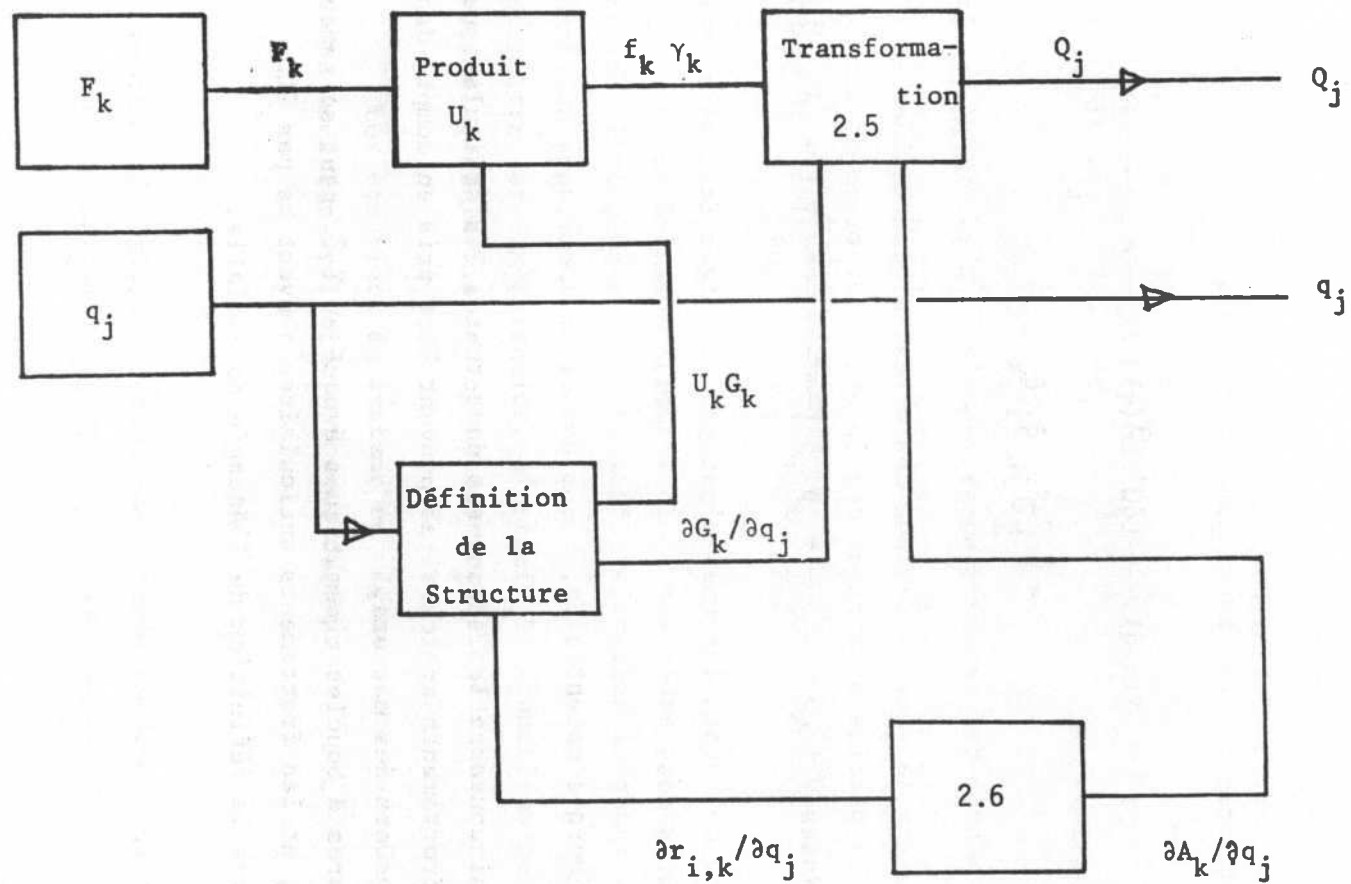


Figure 8 - Système de coordonnées généralisées.

### 2.4.1. Energie cinétique

Elle est définie par une forme quadratique en  $\dot{q}$

$$\begin{aligned} T(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} [\dot{q}]^T [\mathcal{J}(q)] [\dot{q}] , \\ &= \sum_j \sum_k \mathcal{J}_{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k . \end{aligned} \quad (2.8.)$$

où  $[\dot{q}]$  désigne le vecteur colonne des vitesses généralisées et  $[\mathcal{J}(q)]$  la matrice symétrique des inerties relativement aux coordonnées généralisées choisies.

L'existence de rotors internes n'est pas envisagée ici, mais pourrait l'être dans certains cas.

### 2.4.2. Energie potentielle

Pour ce qui concerne les structures dont toutes les articulations sont motorisées, les frottements articulaires peuvent être pris en compte dans les fonctions de transfert des moteurs.

Le cas de structures à boucles cinématiques évoqué en 2.2. peut se ramener au cas précédent, et les frottements articulaires peuvent ne pas être pris en compte dans la définition de l'énergie potentielle.

Par ailleurs, il est en général possible de négliger les forces de frottement par viscosité du milieu, de même que le gradient de gravité.

L'énergie potentielle ne dépend alors que des coordonnées  $q_j$  et non des vitesses généralisées.

### 2.4.3. Equations générales

Les équations du mouvement s'obtiennent d'après les équations de Lagrange à partir des expressions des énergies cinétique et potentielle.

Elles relient les coordonnées généralisées et leurs dérivées aux forces extérieures généralisées, ainsi qu'aux forces motrices. Exprimons ceci :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j + Q_j^* , \quad (2.9.)$$

où les  $Q_j$  et les  $Q_j^*$  désignent respectivement les forces extérieures de liaison et les forces motrices généralisées. Et si l'on utilise l'expression (2.8.) :

$$\sum_j \mathcal{J}_{j\ell} \ddot{q}_j + \sum_j \sum_k \left[ \frac{\partial \mathcal{J}_{j\ell}}{\partial q_k} - \frac{\partial \mathcal{J}_{jk}}{\partial q_\ell} \right] \dot{q}_j \dot{q}_k + \frac{\partial V}{\partial q_\ell} = Q_\ell + Q_\ell^* , \text{ pour } \ell = 1 \dots n. \quad (2.10)$$

Cette équation permet l'étude des modes propres de la structure en régime libre ; pour cela, il suffit d'étudier l'équation déduite de la précédente en supprimant le second membre. L'étude du système en régime forcé permettra par linéarisation, d'obtenir les fonctions de transfert reliant les variables de la liaison opérateur-transducteur aux variables de commande.

Les équations du système en régime libre peuvent se mettre sous la forme d'une équation ordinaire autonome du type :

$$\dot{x} = f(x) . \quad (2.11)$$

Il suffit pour cela de poser :  $x = \text{col}(q_1 \dots q_n, \dot{q}_1 \dots \dot{q}_n)$  et la fonction  $f$  sera alors définie ainsi :

$$\text{Pour } k \in \{1 \dots n\} \quad f_k(x) = x_{k+n} ,$$

$$\text{Pour } k \in \{n+1, \dots, 2n\} \quad f_k(x) = \sum_{\ell=1, \dots, n} \mathcal{J}_{k,\ell}^* \cdot q_\ell(x) .$$

Dans ces expressions, les  $f_k$  désignent les composantes de  $f$ ,

$\mathcal{J}_{k,l}^*$  est défini par la relation :

$$\forall k, \quad \sum_l \mathcal{J}_{kl}^* \mathcal{J}_{lj} = \delta_{kj} .$$

La matrice des inerties étant inversible, sauf cas singulier (8) :

$$[\mathcal{J}] = [\mathcal{J}]^{-1} .$$

c)

$$g_\ell(x) = \sum_{i,j \in \{1 \dots n\}^2} \left[ \frac{\partial \mathcal{J}_{j\ell}}{\partial x_i}(x) - \frac{\partial \mathcal{J}_{ji}}{\partial x_\ell}(x) \right] x_{p+j} x_{p+k} + \frac{\partial V}{\partial x_\ell}(x) .$$

#### 2.4.4. Equations linéarisées

Le comportement du mécanisme en régime libre peut alors être simulé par intégration de l'équation (2.11.), mais ceci suppose des moyens de calcul puissants. D'autre part, une telle simulation ne permet pas une approche synthétique, à moins de décrire systématiquement l'ensemble des conditions initiales.

L'étude formelle permettant la synthèse de manière plus aisée, peut être poussée plus loin au prix de linéarisations. On peut, dans la plupart des cas, considérer l'équation (2.10) comme quasi linéaire et se contenter de déduire les modes propres du système de l'équation linéaire correspondante .

Une telle approximation ne permet l'étude du système qu'au voisinage d'états définis par leurs coordonnées :

$$x^0 = (q_1^0 \dots q_n^0, 0 \dots 0) .$$

La linéarisation consiste alors à :

a) négliger le terme quadratique en  $\dot{q}$ ,

b) ne tenir compte que du terme constant de  $[J]$ ,

c) ne tenir compte que du terme linéaire de  $\frac{\partial V}{\partial q_\ell}$ ,  $\ell \in \{1 \dots n\}$ ,

dans le développement de  $\frac{\partial V}{\partial q_\ell}$  au voisinage de  $(q_1^0 \dots q_n^0)$ .

L'équation (2.11) linéarisée s'écrit alors :

$$\ddot{x} = A(x^0) \dot{x} + b(x^0) , \quad (2.12)$$

où  $A(x^0)$  et  $b(x^0)$  peuvent s'exprimer en fonction des paramètres précédents. On remarque que  $b(x^0)$  est de la forme  $\text{col} [0 \dots 0, B(q^0)]$ .

L'étude des modes propres du système autour de l'état  $x^0$  est alors possible. Les relations liant les valeurs propres de la matrice  $A(x^0)$  aux différents paramètres de la structure permettent l'étude synthétique de celle-ci. On peut ainsi, par exemple, prévoir les différentes fréquences de résonance du système.

## 2.5. OBSERVABILITE ET GOUVERNABILITE DES MODES

Le passage à la forme normale de Jordan par un changement de variable linéaire

$$x = P_y ,$$

appliqué à l'équation avec second membre linéarisé, nous donne :

$$\dot{y} = D(q^0)y + C(q^0)[Q^* + Q + B(q^0)] .$$

$B(x^0)$  désigne le vecteur constant défini précédemment dans l'expression de  $b(x^0)$ ,

$D(q^0)$  représente un bloc diagonal dont les coefficients dépendent de  $q^0$ ,

la matrice  $C(q^0)$  est une matrice  $2n \times n$  qui définit les couplages entre les forces extérieures (forces de liaison, forces motrices, forces de gravité) et les modes propres du système.

En fait, la seule analyse de la matrice  $C(q^0)$  ne permet pas de trancher sur le couplage entre les modes et les forces de liaison.

Il faut pour cela exprimer le vecteur  $Q$  en fonction des forces de liaison  $F_k$  à partir de la transformation définie en (2.7.) qui est linéaire et que l'on peut représenter par la matrice  $G$ .

Dans ce cas, on s'intéressera à la matrice  $C(q^0)G$ .

Le couplage des modes et des forces motrices est au contraire défini par la matrice  $C(q^0)$ .

Le contrôle rigoureux du mécanisme ne peut être assuré qu'à la condition que chaque mode soit gouvernable ; c'est pourquoi ce point de l'étude revêt une importance particulière. Malheureusement, les calculs formels pour les structures complexes sont extrêmement lourds et les risques d'erreurs sont élevés. Des systèmes permettant l'automatisation de tels calculs sont actuellement utilisés en robotique. Ils nécessitent une formalisation du problème qui est lourde pour les mécanismes simples, mais devient intéressante pour un nombre de degrés de liberté supérieur à 4 ou 5.

## 2.6. FONCTIONS DE TRANSFERT

Les équations (2.13.) et (2.7.) associées aux fonctions de transfert des moteurs, permettent d'établir l'équation générale du mécanisme liant les variables de commande aux variables d'état, ainsi qu'aux signaux dynamométriques  $F_k$ . Evidemment, cette fonction de transfert ne peut décrire le fonctionnement du système qu'au voisinage d'un état  $x^0$ .

Cette fonction de transfert sera par la suite exprimée sous la forme :

$$\alpha(p) Q(p) + \beta(p) q(p) = \Delta(p) , \quad (2.13.)$$

où  $\Delta(p)$  désigne la transformée de Laplace des signaux de commande des moteurs supposés eux-mêmes linéaires.



## NOTES CHAPITRE 2.

- (1) Industrie : robots industriels, télémanipulateurs.  
Espace : véhicules multicorps, télémanipulateurs, etc...  
Médecine : prothèses motorisées, assistance ou rééducation des fonctions motrices.
- (2) Par exemple, pour le système à 1 d° de liberté étudié dans la dernière partie, il a été nécessaire de préciser la plage de variation de la raideur (variable en fonction du tonus musculaire), ainsi que de la masse équivalente pour certains types de gestes.  
(Il s'agit là de modèles linéaires à paramètres lentement variables).
- (3) Certaines articulations étant, par exemple, réservées aux déplacements rapides et d'amplitude importante, d'autres, assurant le positionnement précis, en assurant la compensation des erreurs introduites par les premières ; ceci nécessite une configuration assez complexe, et, de toute façon, un système de coordination qui élimine les redondances à partir de certains critères.
- (4) Ceci peut être réalisé pour un nombre limité de degrés de liberté, par des capteurs de position optiques; par exemple, pour une liaison ponctuelle à 2 degrés de liberté, et dont les trajectoires sont situées dans un plan, on peut déduire la position de l'analyse d'une image vidéo.
- (5) Système cohérent du point de vue de l'énergie mécanique. Lorsqu'un système de variables  $Q_j, q_j$  caractérisent une liaison et vérifient cette condition, la liaison peut être décomposée en liaisons élémentaires, chacune d'elle étant représentée par un couple  $Q_j, q_j$ .
- (6)  $d\vec{A}_k$  représente le vecteur rotation du solide  $\mathcal{S}_k$ . Si  $M_k$  est le point courant de ce solide, le champ des déplacements élémentaires dans ce solide est :

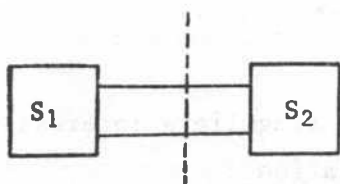
$$\vec{dM}_k = d\vec{G}_k + \vec{G}_k \wedge \vec{dA}_k.$$

$\vec{dA}_k$  s'exprime en fonction des coordonnées définissant la position de ce solide et de leurs différentielles (Voir Annexe 3).

## CHAPITRE 3

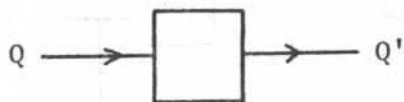
### COUPLAGE ET SIMULATION - STABILITE -

Imaginons deux systèmes,  $S_1$ ,  $S_2$ , couplés par une liaison dipolaire à une seule direction. Cette liaison est caractérisée à chaque instant par deux



signaux  $q$  et  $Q$  tels que  $dW = Q dq$ , et en particulier  $\frac{dW}{dt} = Q(t) \cdot \left(\frac{dq}{dt}\right)(t)$ .

Le problème que nous nous posons est de remplacer, si  $S_1$  et  $S_2$  sont des systèmes mécaniques, le système  $S_2$  par un système image  $S'_2$  électrique simulateur. Ceci suppose que la correspondance entre les signaux de couplage mécaniques,  $q$ ,  $Q$  et électriques,  $q'$ ,  $Q'$  soit définie et que l'on dispose de dispositifs transducteurs assurant cette transformation.



$$Q' = aQ$$

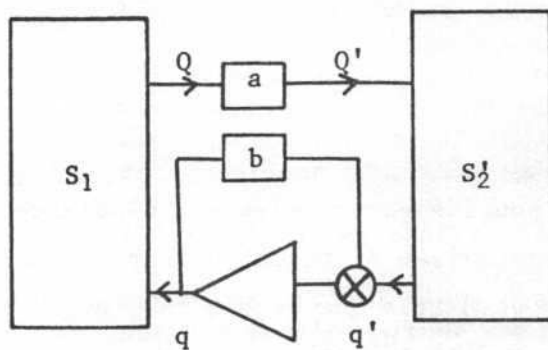
$$q' = bq$$

Comme en général la puissance échangée par le simulateur  $S'_2$  sera faible par rapport à la puissance échangée par le système  $S_1$ , ces transducteurs seront aisément réalisables dans le sens mécanique  $\rightarrow$  électrique, alors qu'en sens inverse, des transducteurs à contre réaction seront nécessaires.

### 3.1. REPRESENTATION DES SYSTEMES

On peut particulariser les variables de liaisons  $q$ ,  $Q$  et considérer que  $Q(t)$  est un signal de commande pour le système  $S_2$ ,  $q(t)$  un signal d'observation de ce même système.

Dans ce cas, le couplage entre le système  $S_1$  et le simulateur  $S'_2$  nécessite l'emploi d'un capteur  $C$  qui effectue la transformation :



$$Q \longrightarrow aQ$$

ainsi que d'un servomécanisme qui effectue la transformation :

$$q' \longrightarrow \frac{1}{b} q$$

Cette représentation exclut certains cas singuliers intéressants (par exemple le cas où  $S'_2$  est défini par la relation :

$$\forall t, \quad Q(t) = 0)$$

On peut alors adopter le système de couplage représenté figure 9.

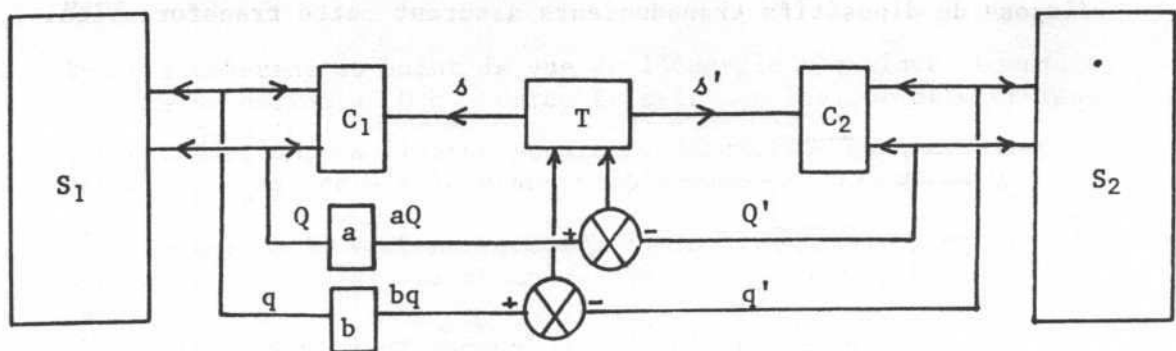


Figure 9.

$C_1$  et  $C_2$  représentent des systèmes auxiliaires commandables et liés à  $S_1$  et  $S_2$  par des liaisons dipolaires. Dans cette structure déjà évoquée au Chapitre 1,  $C_1$  représente la partie motrice du transducteur décrit précédemment et (a) et (b) les capteurs de force et de déplacement.

Supposons que  $C_1$  et  $C_2$  soient des systèmes linéaires définis par :

$$\begin{cases} (p)Q(p) + \beta(p)q(p) = \Delta(p) & (3.1.) \\ \alpha'(p)Q'(p) + \beta'(p)q'(p) = \Delta'(p) & (3.2.) \end{cases}$$

et que  $T$  soit un filtre linéaire défini par

$$\begin{cases} \Delta(p) = A(p) \varepsilon_Q(p) + B(p) \varepsilon_q(p) & (3.3.) \\ \Delta'(p) = A'(p) \varepsilon_Q(p) + B'(p) \varepsilon_q(p) & (3.4.) \end{cases}$$

avec  $\varepsilon_Q = Q - Q'$ , et  $\varepsilon_q = q - q'$ .

De ces équations on peut déduire :

$$N_1(p) \cdot \begin{bmatrix} aQ \\ q' \end{bmatrix} = N_2(p) \cdot \begin{bmatrix} Q' \\ bq \end{bmatrix} \quad (3.5.)$$

avec

$$N_1(p) = \begin{bmatrix} A-\alpha & B \\ A' & B'+\beta' \end{bmatrix}, \quad N_2(p) = \begin{bmatrix} A & B-\beta \\ A'+\alpha' & B' \end{bmatrix}$$

Si  $S'_2$  est un système linéaire défini par la relation :

$$Q' = Z_2(p) \cdot q' \quad (3.6.)$$

On aura

$$\begin{cases} AZ_2q' + b(B - \beta)q = a(A - \alpha)Q + Bq' \\ (A' + \alpha')Z_2q' + bB'q = aA'Q + (B' + \beta')q' \end{cases}$$

L'élimination de  $q'$  entre ces équations donne :

$$aQ [\Delta + \mu Z_2 + v] = bq [(\Delta + \mu')Z + v'] \quad (3.7.)$$

avec :

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta = AB' - BA' = \|T\| \\ \mu = \alpha A' + \alpha' B - \alpha \alpha' \\ \mu' = \beta A' + \alpha' B + \beta \alpha' \\ v = \beta'(A + \alpha) - \alpha B' \\ v' = \beta'(B - \beta) - \beta B' \end{array} \right.$$

Ceci montre que si  $\| \Delta \|$  est suffisamment grand, le système équivalent à  $S_2^1$  associé au système de couplage, est défini par :

$$aQ - bqZ_2 = \epsilon(\Delta, p) \quad (3.8.)$$

avec

$$\epsilon(\Delta, p) = \frac{1}{\Delta} (bq\mu'Z_2 + bq v' - aQv - aQ\mu Z_2).$$

L'erreur de couplage que l'on peut définir ici, par  $|\epsilon|$  sera donc d'autant plus faible que  $|\Delta|$  sera grand. Ceci se vérifie dans le cas le plus général pour lequel  $\{S_2^1\}$  n'est pas nécessairement linéaire.

### 3.2. COUPLAGE A PLUSIEURS DIRECTIONS

Les équations (3.1.), (3.2.), (3.5.) se généralisent au cas de liaisons multidirections. Les différents coefficients deviennent des matrices, et en particulier l'équation (3.1.) n'est autre que l'expression (2.13.), établi au chapitre 2, associée à la fonction de transfert des moteurs supposés linéaires.

Dans le cas où la matrice des inerties figurant dans (2.13.) est diagonale, les matrices  $\alpha$  et  $\beta$  le sont également. Le système de couplage peut alors être constitué de chaînes de couplage du type précédent, indépendantes.

### 3.3. STABILITE

a) Une première condition de stabilité concerne les liaisons des systèmes  $C_1$  et  $S_1$ ,  $C_2$  et  $S_2'$ . Les systèmes  $\{C_1, S_1\}$ ,  $\{C_2, S_2'\}$  peuvent en effet, présenter des modes non commandables et divergents ; par exemple, pour un système  $S_2'$  linéaire et défini par l'équation :

$$R_2' Q' + S_2' q' = 0 ,$$

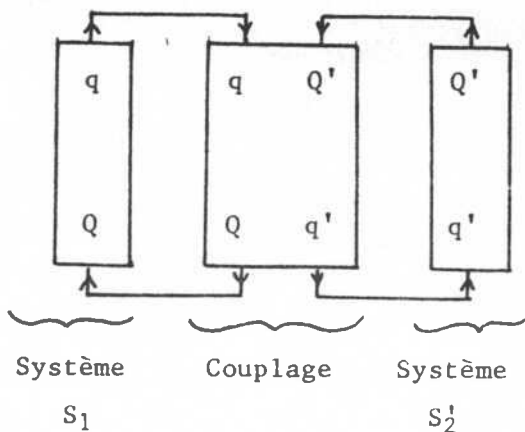
la condition de stabilité de la liaison consistera en ce que l'équation :

$$\text{Det} \begin{bmatrix} R_2' & S_2' \\ \alpha' & \beta' \end{bmatrix} = 0 ,$$

n'ait pas de racines à partie réelle positive.

Dans le cas général, le système  $C_2$  devra être adapté à  $S_2'$  de façon à ne pas présenter de telles singularités.

b) Le système de couplage impose deux relations différentielles entre les quatre variables  $q$ ,  $Q$ ,  $q'$ ,  $Q'$  ; on peut donc, sauf dans les cas singuliers évoqués en a), considérer les systèmes  $S_1$  et  $S_2'$  comme des chaînes de réaction du système de couplage.



La matrice de couplage  $C$  sera définie par :

$$\begin{bmatrix} aQ \\ q' \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} bq \\ Q' \end{bmatrix} .$$

$$C = N_1^{-1} N_2^* .$$

Et la matrice de réaction par  $S = \begin{bmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2^{-1} \end{bmatrix}$ .  
 $N_2^*$  est obtenue à partir de  $N_2$  par permutation des deux blocs colonnes.

1) Une première condition nécessaire de stabilité est que les matrices  $C$  et  $S$  soient régulières en tout point de partie réelle positive. Cette condition est nécessairement vérifiée pour  $C$ , à l'intérieur d'un cercle de rayon  $\omega_0$  pour lequel  $\|N_1\| \approx \|N_2\| \approx \|T\|$  étant donné que  $T$  est nécessairement régulière en tout point de partie réelle positive.

La condition peut être raisonnablement supposée vérifiée pour  $S_1$  et  $S_2$  et donc pour  $S$ .

b) Une deuxième condition est que :

$CS - I$  soit régulière en tout point à partie réelle positive. ( $I$  est la matrice Identité).

Or, d'après ce qui précède, pour tout  $p$  tel que  $|p| < \omega_0$ , la matrice  $C$  est équivalente à :

$$C^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \text{ et donc :}$$

$$\|CS - I\| = 1 - \|Z_1\| \|Z_2^{-1}\|$$

ce qui signifie que les seules instabilités possibles du système dans ce cas là seront dues à la nature des deux systèmes  $S_1$  et  $S_2'$  couplés. Ce cas n'a donc pas à être pris en compte car le couplage de  $S_1$  et  $S_2$  (système réel simulé par  $S_2'$ ) conduit aux mêmes instabilités.

Par contre, au voisinage des fréquences de coupure de la chaîne de couplage, le comportement du système de couplage sera lié à la nature des systèmes  $S_1$  et  $S_2'$  et des instabilités peuvent se produire même si le couplage  $S_1$  et  $S_2$  ne donne pas lieu à de telles instabilités.

Il est donc nécessaire si l'on désire résoudre ce problème, de disposer d'un modèle des deux systèmes  $S_1$  et  $S_2$ .

La partie la plus délicate concerne la chaîne extérieure constituée par l'opérateur humain.

Nous ferons l'hypothèse suivante que nous nous proposons de vérifier expérimentalement (1) : si l'on se ramène à la représentation précédente où  $Q$  est le signal d'entrée et  $q$  le signal de sortie, nous admettrons que le système soumis à une analyse harmonique peut, au-delà d'une certaine fréquence  $f_0$ , être représenté par un modèle quasi linéaire à court terme, dépendant d'un paramètre  $\mu$  lentement variable.

(1) Voir note page 43.

Il existe une fréquence  $f_1$ , telle que :

$$\text{pour } \omega > 2\pi f_1 \quad q(j\omega) = H(\mu, j\omega) Q(j\omega) .$$

Cette hypothèse paraît raisonnable dans la mesure où les contrôles des mouvements par le système nerveux ne peuvent atteindre une très grande rapidité. Le modèle proposé est établi sur la base de l'hypothèse qu'au delà d'une certaine fréquence d'analyse, le comportement des membres dépend uniquement de leurs paramètres mécaniques dont certains sont lentement contrôlés par le système nerveux.

Si les fréquences de coupure du système de couplage sont supérieures à la fréquence  $f_1$  le problème de la stabilité est simplifiée.

Il faut, cependant, remarquer qu'il s'agit d'assurer la stabilité, non seulement sur tout le domaine de variation de  $\mu$  mais également pour toutes les configurations possibles du système simulé. On peut alors envisager d'utiliser une boucle d'adaptation asservie, agissant sur les paramètres de la chaîne de couplage (par exemple les gains de A, A', B, B') de sorte que la stabilité soit assurée quelle que soit la configuration. Le temps de réponse de cette boucle devra être suffisamment bref pour que les variations de  $\mu$  puissent être suivies.

Le fonctionnement d'une telle boucle repose sur la définition du critère appliqué aux signaux présents dans le système, suivant lequel la stabilité peut être assurée. Ce critère peut, par exemple, être fondé sur la minimisation des écarts quadratiques moyens entre  $(Q, q)(t)$  et  $(Q', q')(t)$  calculés avec un temps d'intégration limité  $T_0$ , compatible avec le temps de réponse nécessaire de la boucle d'auto-adaptation .

$$\bar{e}(t) = \int_t^{t+T_0} \sum_j a e^2_{q_j}(\tau) + b e^2_{Q_j}(\tau) d\tau ,$$

où a et b sont des constantes de pondération.



Une telle boucle sera mise en oeuvre après vérification expérimentale de l'hypothèse évoquée plus haut. Son schéma fonctionnel est présenté figure 10.

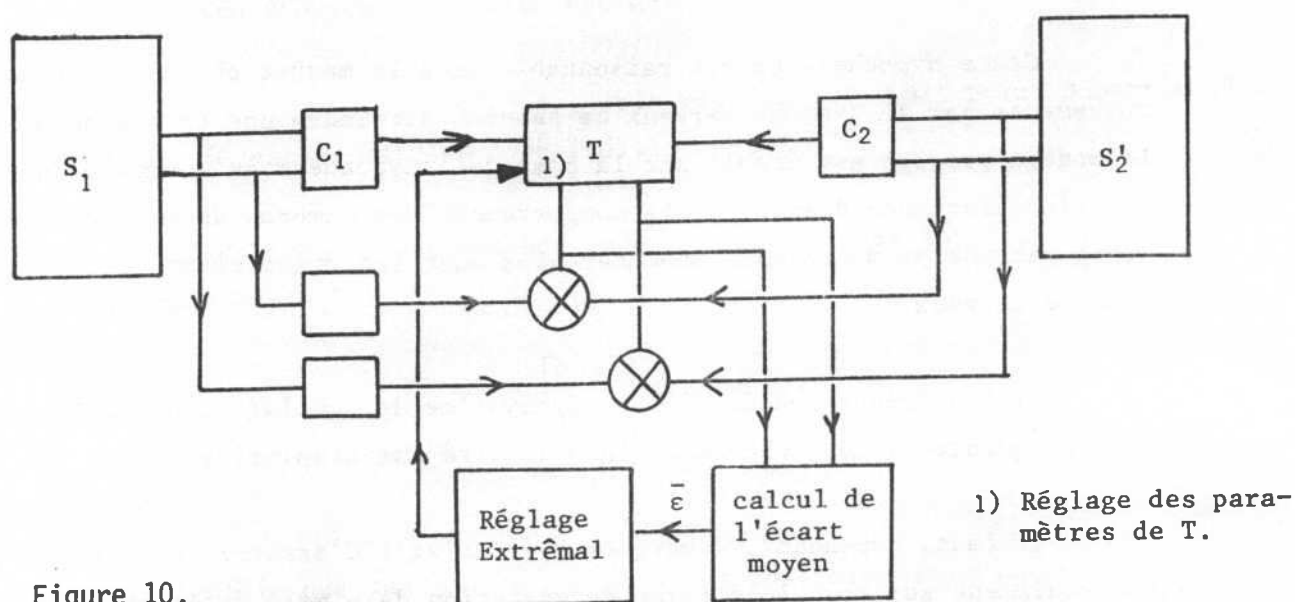


Figure 10.

### 3.4. SIMULATION

Des dispositifs de simulation permettant un couplage électrique dipolaire direct avec le modèle peuvent être envisagés, mais leurs possibilités sont nécessairement restreintes.

Il est, au contraire, préférable d'envisager d'associer à la simulation d'un système  $S_2$ , celle du système auxiliaire  $C_2$  défini au 3.1. Ce choix offre, en outre, de meilleures possibilités d'adaptation du système  $C_2$  au système  $S_2'$ .

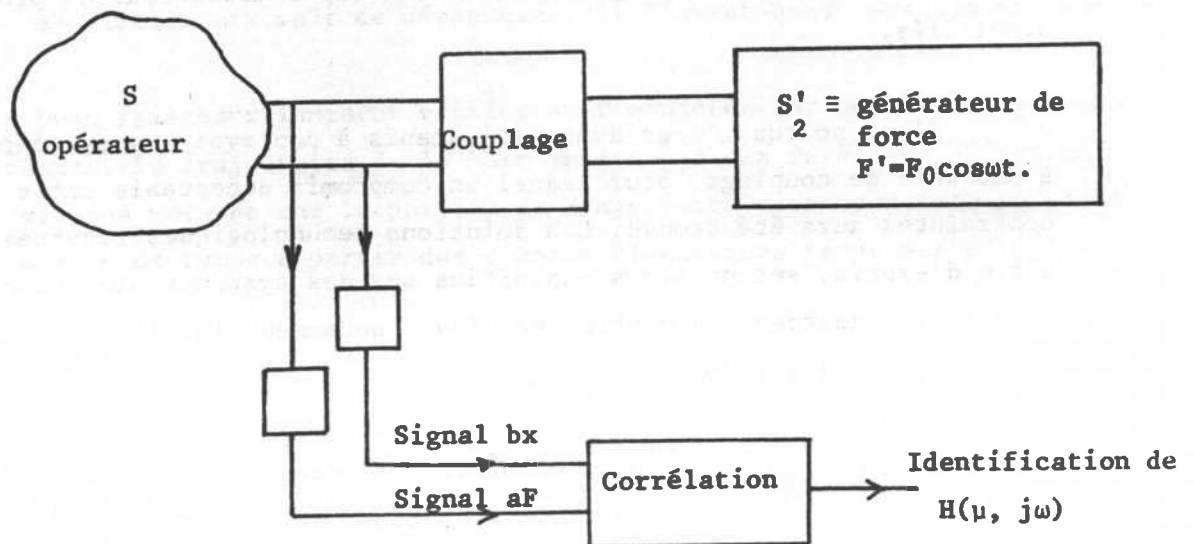
Le problème général de la simulation ne sera pas développé ici. Nous nous contenterons de donner dans le Chapitre 5 quelques exemples de simulations réalisées sur le système à 1 degré de liberté, ainsi que les possibilités d'utilisation d'un miniordinateur dans le cas d'un système à 1 voie de couplage.

## NOTE DU CHAPITRE 3

Pour vérifier l'hypothèse évoquée, nous envisageons d'utiliser le prototype de système de simulation décrit dans la dernière partie du mémoire.

Le système simulé sera alors un générateur de force sinusoïdale de pulsation réglable.

Une mesure des variables de la liaison doit permettre, par corrélation ou tout autre méthode d'identification, de vérifier l'hypothèse énoncée et d'en préciser les limites.



## CHAPITRE 4

### TRANSDUCTEUR A UN DEGRE DE LIBERTE REALISE

L'appareil que nous avons réalisé constitue une préfiguration des systèmes de simulation dont nous avons donné les caractéristiques générales. Son domaine d'utilisation est toutefois limité du fait qu'il ne possède qu'un seul degré de liberté.

La réalisation de simulateurs mécaniques complexes nécessite, en fait, un certain nombre d'études préalables et d'expérimentations de prototypes simplifiés.

C'est pourquoi nous avons été amenés à concevoir un système élémentaire à une voie de couplage, pour lequel un compromis acceptable entre les diverses contraintes aura été trouvé. Les solutions technologiques retenues après une série d'essais, seront alors exploitées sur des systèmes plus complexes. Ces solutions concernent la partie mécanique, notamment les éléments moteurs et capteurs, et le système de couplage.

Nous pourrions également compléter les premières mesures de grandeurs mécaniques mises en jeu lors de manipulations par un opérateur humain, par des mesures effectuées ultérieurement sur un ensemble opérationnel.

Nous envisageons, enfin, d'utiliser le système en tant que dispositif de contrôle de synthétiseur de signaux acoustiques, application qui offre différentes possibilités :

- commande de synthétiseurs analogiques,
- commande d'un oscillateur harmonique (1),
- élaboration de paramètres de contrôle de systèmes de synthèse en temps différé.

#### 4.1. GEOMETRIE

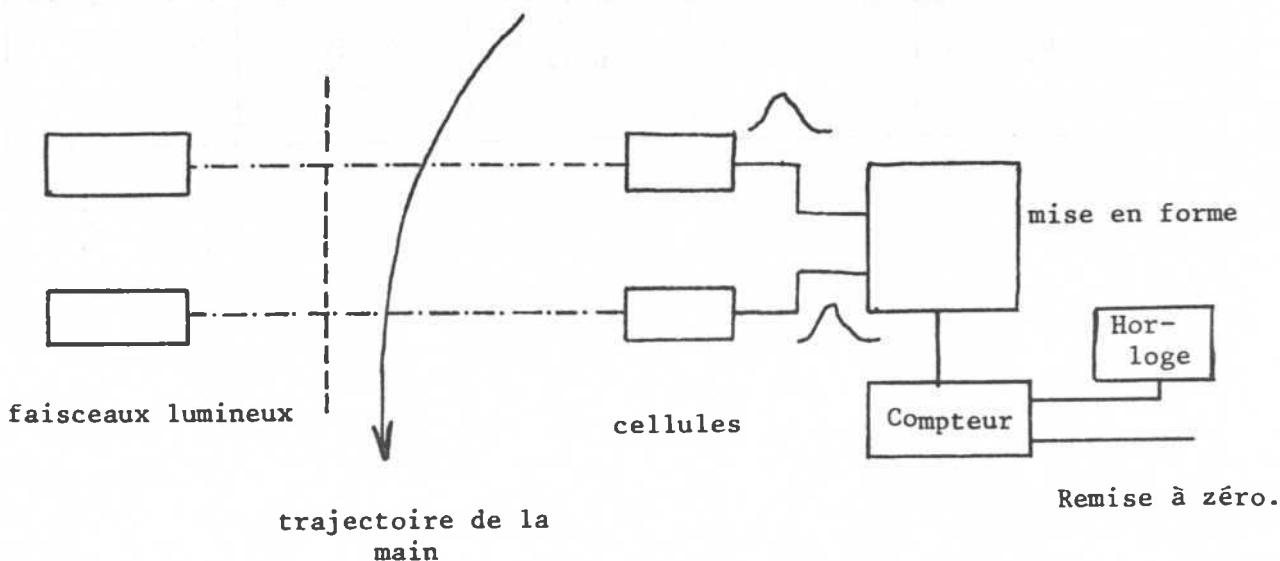
Le transducteur est constitué d'une touche mobile suivant un degré de liberté de translation. L'objet manipulé est ponctuel et astreint à se déplacer sur une trajectoire rectiligne imposée par la structure mécanique du transducteur.

#### 4.2. CAHIER DES CHARGES

Le cahier des charges du transducteur a été établi à partir de mesures préliminaires sur les mouvements de l'extrémité de l'avant bras.

a) Vitesse maximale de déplacement de l'avant bras, mesures et résultats :

Deux faisceaux lumineux voisins sont projetés sur des cellules photo-résistantes. La trajectoire de la main intercepte ces faisceaux. L'estimation de la vitesse moyenne sur la portion de trajectoire correspondante se déduit d'une mesure de temps à partir des signaux électriques issus des cellules.



(1) Voir bibliographie "fondement d'une recherche Informatique/Musique"  
C. CADOZ, J.L. FLORENS.

La vitesse est donnée par :

$$v = \frac{d_0 f_0}{N}, \quad \text{où } d_0 \text{ est la distance entre les}$$

cellules,  $f_0$  la fréquence d'horloge et  $N$  l'indication du compteur.

Les résultats présentent une assez grande dispersion. Une des causes essentielles en est l'écart angulaire entre la trajectoire idéale définie par la position des deux faisceaux, et la trajectoire réelle qui ne peut être contrôlée rigoureusement.

Le tableau suivant présente les moyennes de 10 essais "main libre" pour 4 individus distincts, ainsi que les écarts types correspondants.

	I	II	III	IV
$v_m$ m/s	3.38	2.42	2.74	3.40
$\sigma_v$ m/s	0.39	0.24	0.37	0.31

Des mesures analogues effectuées avec entraînement par la main du mécanisme transducteur dépourvu de ses éléments moteurs, conduisent à des résultats légèrement différents. Ceci est dû à la charge supplémentaire imposée aux muscles de l'opérateur, la masse entraînée étant alors de 180 g.

Compte tenu des divers résultats, une bonne estimation de la vitesse maximale nous paraît être de l'ordre de 4,5 m/s.

b) D'autre part, la plage utile a été limitée à 30 centimètres et les forces maximales appliquées à 50 N.

#### 4.3. REALISATION

Le schéma de la structure mécanique est représenté figure 11.

##### 4.3.1. Motorisation

Le servomoteur est constitué par un moteur électrique asynchrone associé à deux coupleurs électromagnétiques à poudre, matériel assez couramment utilisé sur des machines industrielles, machines à papier, périphériques d'ordinateur. L'ensemble moteur-coupleurs ne permet pas d'obtenir des performances aussi grandes que celles que l'on pourrait attendre de systèmes équipés de vérins hydrauliques, en raison, notamment, de sa plus grande masse et de son plus grand encombrement à puissance transmise et célérité égales. Mais ce problème ne se pose en fait pas ici, car l'unique moteur électrique peut être fixe, et ainsi sa masse n'a pas à être considéré.

Les performances d'un servomécanisme équipé de coupleurs électromagnétiques peuvent, à prix de revient égal, être très supérieures à celles obtenues avec des servomoteurs électriques à contrôle direct.

Les deux coupleurs fabriqués par la firme Jaeger, ont un couple nominal  $\Gamma_m = 5 \text{ m} \wedge \text{N}$  ; ils sont entraînés à vitesse constante  $\Omega_0$  par le moteur électrique.

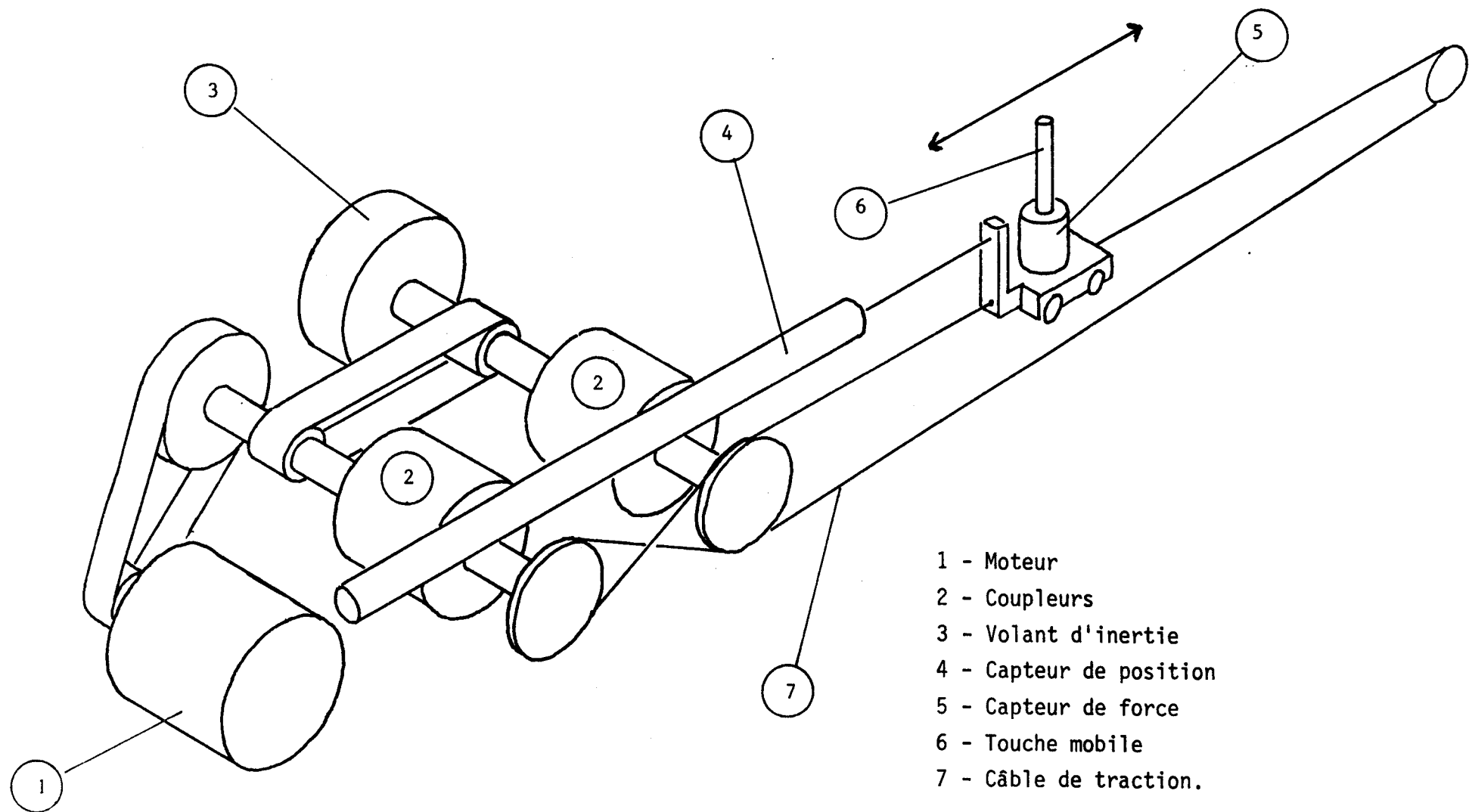


Figure 11. - Schéma du mécanisme transducteur.

Les noyaux des coupleurs entraînent deux tambours sur lesquels s'enroulent le câble de traction de la touche mobile.

Si  $r$  est le rayon de chaque tambour, on a :

$$V_m = r \Omega_0 \quad (4.1.)$$

$$F_m = \frac{1}{r} \Gamma_m, \quad (4.2.)$$

où  $V_m$  et  $F_m$  désignent respectivement la vitesse et la force de liaison maximales définies par le cahier des charges et  $\Gamma_m$  le moment maximum de chaque coupleur.

Par ailleurs, la puissance maximale dissipée par chaque coupleur est donnée par :

$$P_m = \Gamma_m \Omega_0 = F_m V_m,$$

le cas de dissipation maximale étant obtenu pour une force de liaison égale à  $F_m$  et une vitesse nulle, ce qui nous conduit à  $P_m = 225$  W. Ceci conditionne théoriquement le choix du coupleur.

Le coupleur choisi peut dissiper cette puissance à condition de lui associer un radiateur tournant et de mettre en oeuvre une ventilation forcée. Le rayon des tambours a été choisi légèrement inférieur à la valeur calculée à partir de (4.2.) :  $r = 6,5 \cdot 10^{-2}$  m., ce qui nous donne avec  $\Omega_0 = 78,5$  rad/s (750 t/m) une vitesse limite de 5,1 m/s et une force maximale de 7,6 daN ; cette valeur ne peut être maintenue que pendant des temps courts pour des questions de dissipation. Ceci permet de conserver une vitesse de glissement suffisante garantissant un comportement linéaire du coupleur dans les cas les plus défavorables.

#### 4.3.2. Commande des coupleurs

Le schéma synoptique de la commande des coupleurs est donné

Figure 12.



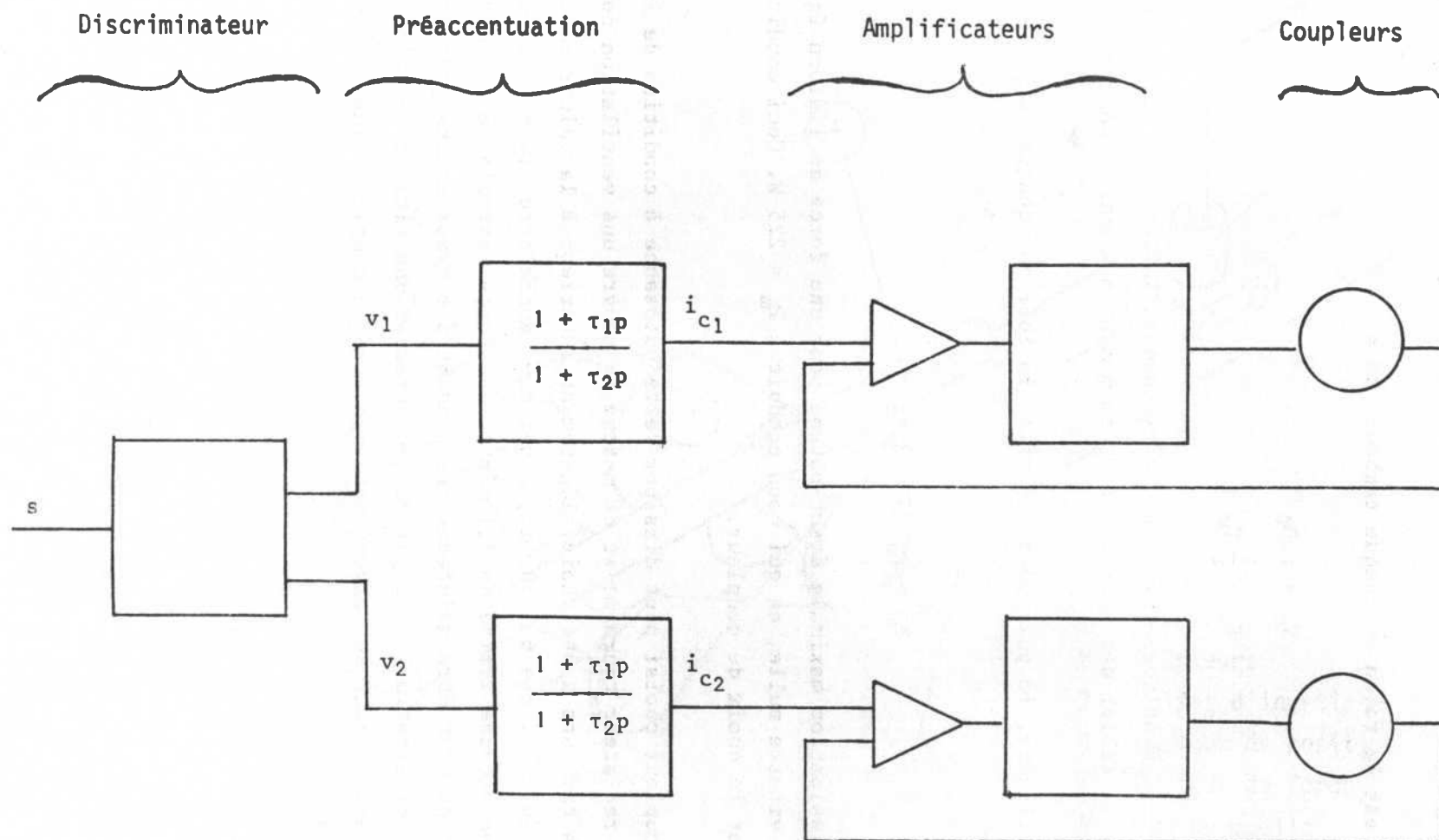


Figure 12. - Schéma synoptique de la commande des coupleurs.

## a) Caractéristique statique des coupleurs :

Le moment du couple transmis est, sur une plage importante, proportionnel au courant de commande en régime établi et pour des vitesses de glissement supérieures à 10 rad/s (100 t/mm) - Voir caractéristiques figure 13.

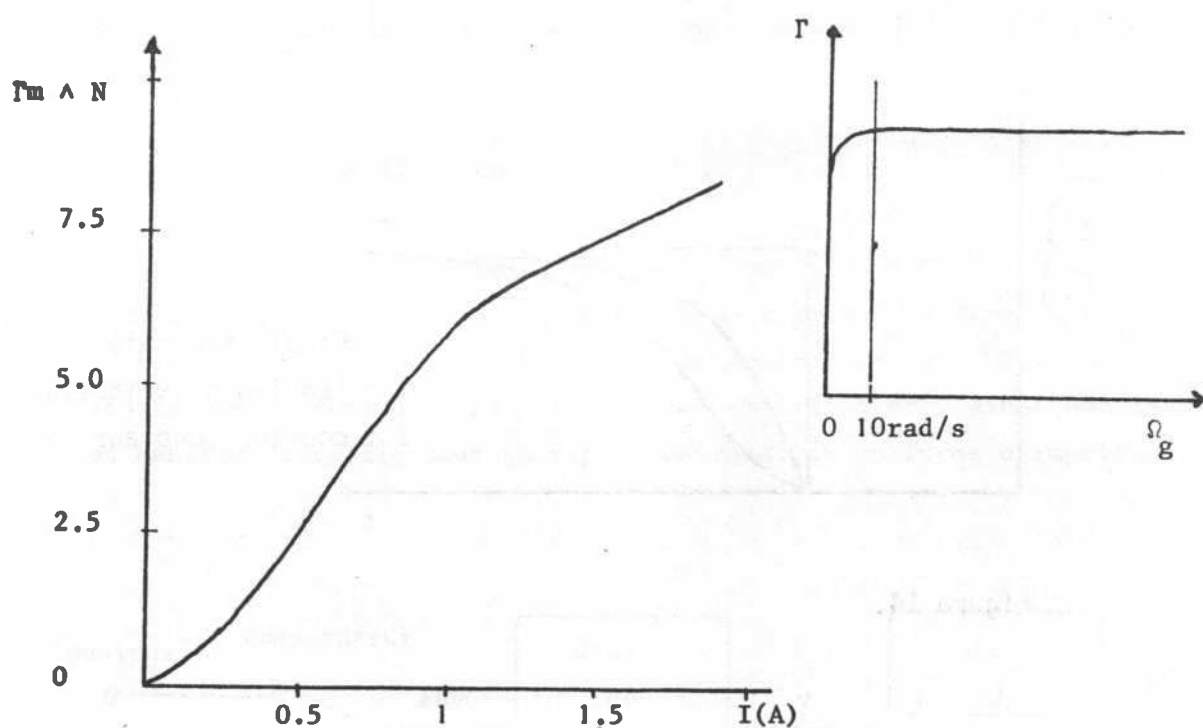


Figure 13.

## b) Temps de réponse :

Deux phénomènes conditionnent le temps d'établissement du couple par rapport à l'application d'une tension d'excitation :

- les courants de Foucault importants dans l'inducteur massif, ont pour effet de retarder l'établissement du champ magnétique et donc du couple sur celui du courant d'excitation,

- l'inductance importante du bobinage, introduit par ailleurs, un retard non négligeable entre le courant et la tension d'excitation. (Figure 14).

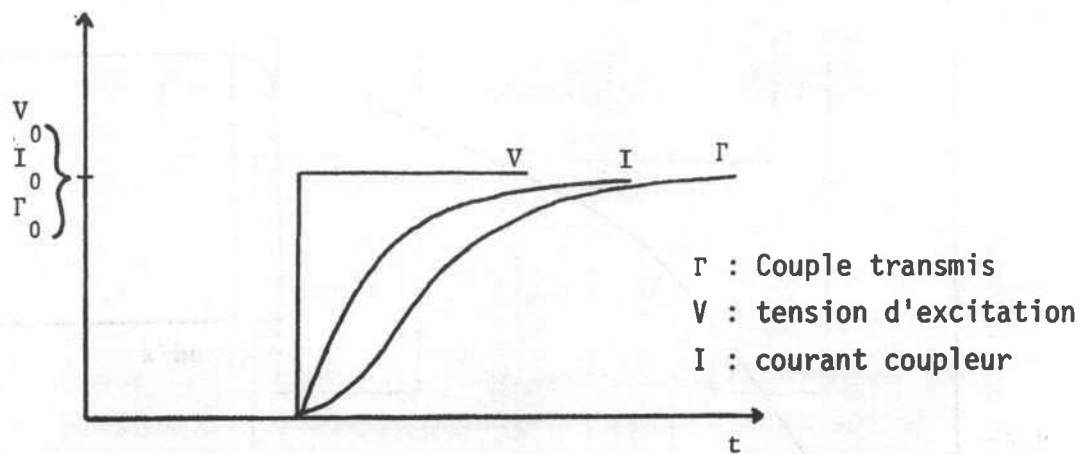


Figure 14.

#### 4.3.2.1. Amplificateur de commande :

Nous avons été conduits à réaliser un amplificateur spécial dans lequel le courant de sortie est directement asservi à un signal de consigne. Ceci permet de s'affranchir du retard du second type mentionné ci-dessus.

Nous avons mesuré la pulsation propre pour les coupleurs utilisés :

$$\omega_0 = \frac{r}{L} \approx 12 \text{ rad/s} \quad \text{avec } r = 7 \, \Omega$$

$$L = 0,6 \text{ H.}$$

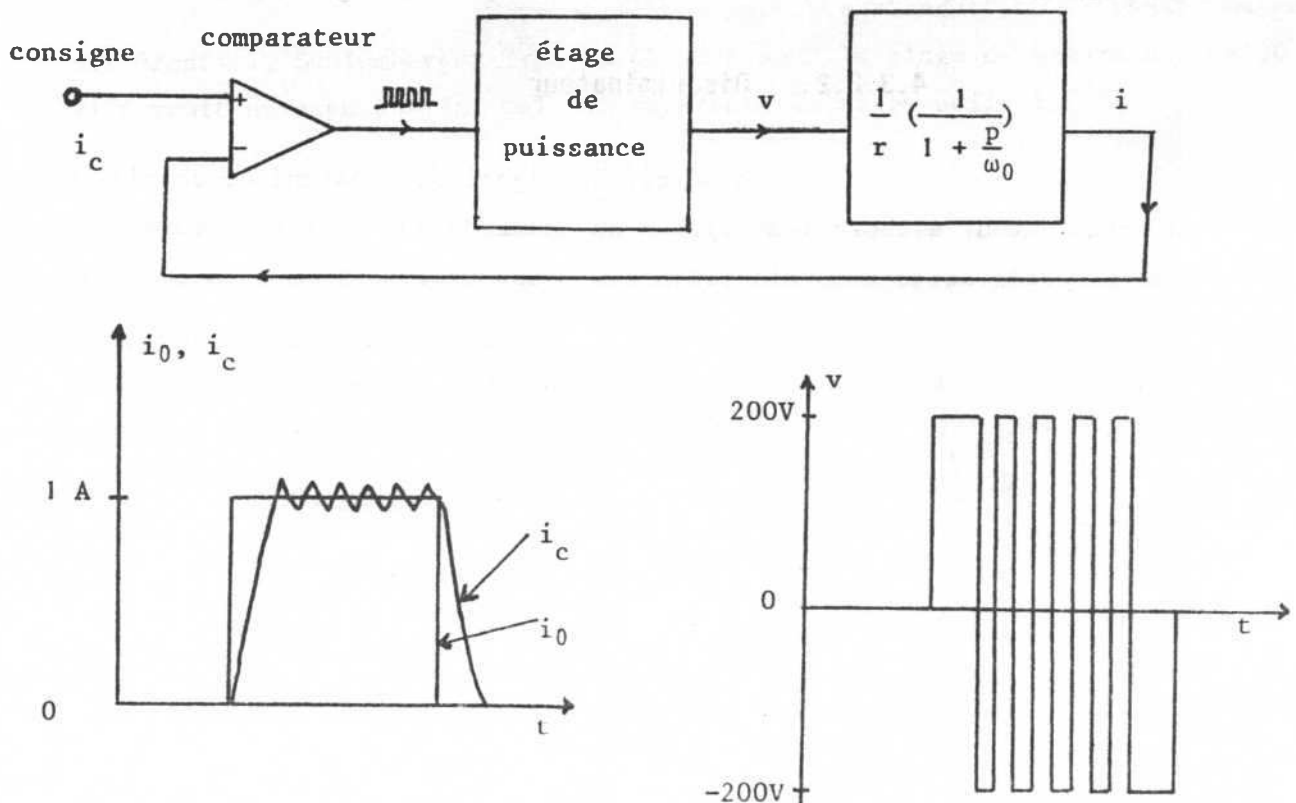
Il est, en effet, souhaitable que la pulsation de coupure de l'amplificateur chargé par le coupleur soit très supérieure à cette valeur. Nous avons choisi  $\omega_1 = 200 \text{ rad/s}$ . Dans ces conditions, l'amplificateur doit être capable de délivrer des tensions au moins égales à :

$$v_m = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \frac{\omega_1}{\omega_0},$$

où  $v_0$  est la tension d'excitation du coupleur en régime établi pour le couple maximum.

Avec  $v_0 = 12 \text{ V}$ , on a  $v_m = 140 \text{ V}$ .

C'est pourquoi, nous utilisons un amplificateur à découpage, auto-oscillant à une fréquence largement supérieure à la fréquence de coupure de l'ensemble, ce qui autorise un fonctionnement linéaire. La figure ci-dessous représente le schéma de principe de cet amplificateur, ainsi que les courant et tension de sortie pour un signal de consigne en forme d'impulsion.



Le schéma de cet amplificateur est donné en annexe 4.

Les retards du premier type (dus au courant de Foucault) peuvent en grande partie, être compensés par l'adjonction d'un filtre de préaccentuation en amont de l'amplificateur. On peut, en effet, démontrer qu'en raison des courants de Foucault, la transformée de Laplace du champ magnétique est liée à celle du courant d'excitation par l'expression :

$$H(p) = \frac{n}{1+\tau p} \cdot i(p) ,$$

où la constante de temps  $\tau$  dépend de la résistivité, de la perméabilité et de la géométrie du circuit.

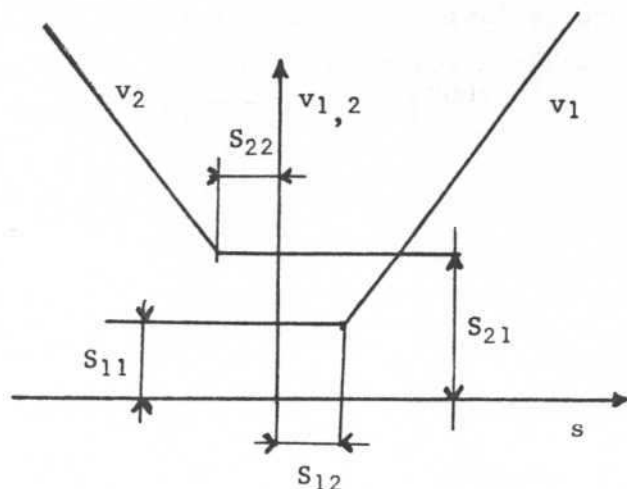
Cet effet peut donc être compensé partiellement par un réseau de fonction de transfert :

$$T(p) = \frac{1+\tau_f p}{1+\tau p} , \quad \text{avec } \tau < \tau_f .$$

L'inconvénient d'une telle correction est qu'elle accroît nécessairement la puissance dissipée dans le coupleur par pertes magnétiques.

#### 4.3.2.2. Discriminateur

A partir du signal de consigne de couple, un discriminateur élabore les signaux de commande des amplificateurs - Figure 15 - Les caractéristiques du discriminateur sont représentées ci-dessous :



Les différents seuils peuvent être réglés sur une plage égale à  $\pm 10\%$  de l'amplitude maximale des signaux, de même que les gains (autour de la valeur 1). Ceci permet de compenser les écarts de caractéristique des coupleurs.

Figure 15.

### 4.3.3. Courbes de réponse

Les courbes de réponse en amplitude et en phase de la chaîne discriminateur-amplificateur-coupleur, sont représentées figure 16. Cette chaîne comporte également le câble de transmission dont la raideur n'est pas infinie.

Les modes d'oscillation transversale du câble sont couplés au mouvement longitudinal d'une manière assez complexe, du fait que deux sections de câbles de longueurs différentes - fonctions de  $x$  - interviennent. Les irrégularités que l'on peut constater sur la courbe de gain au voisinage de la coupure, sont probablement liées à ces oscillations. L'utilisation d'un câble plus léger ou de raideur supérieure, permettrait probablement de les éviter.

La méthode employée pour relever les courbes de réponse en amplitude et phase, est décrite en annexe 3.

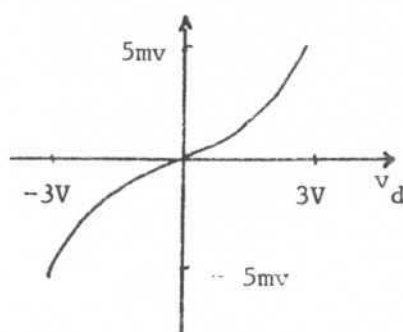
### 4.3.4. Les Capteurs

#### 4.3.4.1. Les Capteurs de position

Nous utilisons un capteur inductif, à transformateur différentiel, Schlumberger Type CD 43.22/6 dont la plage de mesure est de 30 cm. Il fournit un signal  $v_d(x)$  tel que sur toute la plage utile :

$$\frac{|v_d - kx|}{|v_d|} < 0,2 \% .$$

Dans ce type de capteur, le signal de sortie étant obtenu par démodulation, il est donc altéré par un résidu du signal porteur. Nous avons mesuré l'amplitude de ce parasite qui dépend de la valeur de  $x$  mesurée :



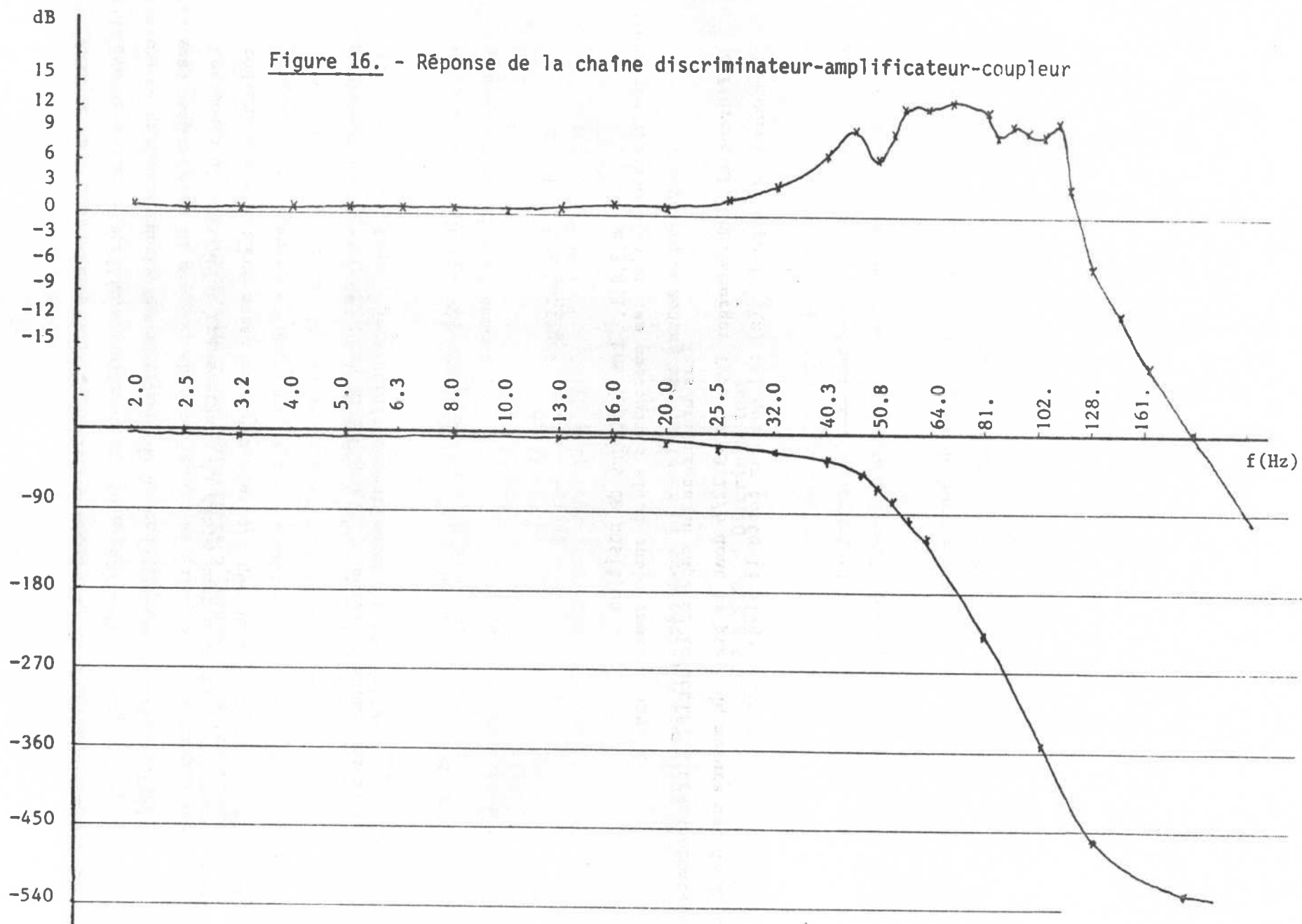
.56.

Gain

dB

Figure 16. - Réponse de la chaîne discriminateur-amplificateur-coupleur

Phase (d°)

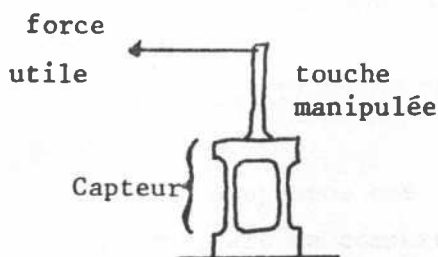


L'utilisation dans les différentes boucles d'asservissement de correcteurs à avance de phase, rend cet effet très gênant ; c'est pourquoi, nous avons dû associer au capteur de position, un filtre passe bas à 3 pôles. Ce filtre est réalisé sur une carte qui comporte également un régulateur de la tension d'alimentation du capteur. Le schéma du conditionneur du capteur de position est donné en Annexe 4.

#### 4.3.4.2. Les Capteurs de force

Nous avons réalisé un capteur à jauges extensiométriques qui présente certaines particularités géométriques :

- d'une part, la force utile doit être perpendiculaire à l'axe de la touche

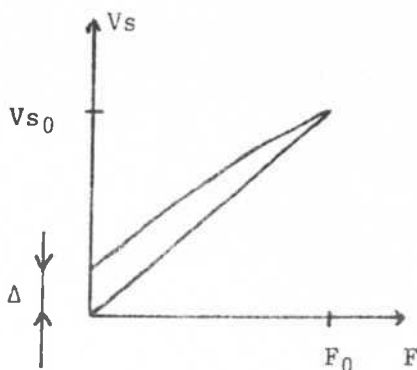


montée en amont du capteur,

- d'autre part, le signal de sortie doit être indépendant de la position du point d'application de cette force, sur la touche. Un corps d'épreuve en forme de parallélogramme permet de résoudre ce problème. (Voir Annexe 2).

L'écart  $\Delta$  de non retour à zéro du capteur de force (du au fluage et aux déformations permanentes du corps d'épreuve) est proportionnel à  $V_s$  et l'on a :

$$\frac{\Delta}{V_s} \neq 0,5 \%,$$



pour un capteur constitué de deux lames d'acier de 0,7 mm d'épaisseur équipé de jauges MM type CEA, modèle très courant, ne présentant pas de caractéristiques particulières, montées à l'aide d'une colle d'un type également très courant (AE 15).



Un capteur encore non essayé, en plexiglass, a été également réalisé. L'utilisation du plexiglass conduit, pour une même sensibilité, à des épaisseurs de lames supérieures à celles en acier ( $E \approx 30\ 000$  SI pour l'acier et  $E \approx 8\ 000$  SI pour le plexiglass,  $E$  : module d'élasticité), et il est possible, comme nous avons pu le vérifier, de réaliser un corps d'épreuve monobloc.

## CHAPITRE 5

### COUPLAGE ET SIMULATION A UN DEGRE DE LIBERTE

Les problèmes relatifs au couplage et à la simulation sont simplifiés par rapport au cas général.

#### 5.1. EQUATIONS DU TRANSDUCTEUR

Supposons que la partie motrice (coupleurs électromagnétiques et amplificateur) ait un comportement linéaire. Désignons par  $T$  sa fonction de transfert. Supposons également que la raideur du câble soit infinie.

Adoptant les notations suivantes :

$s$  : signal d'entrée du discriminateur

$f$  : force extérieure exercée sur la touche

$x$  : position de la touche

$m$  : masse équivalente du chariot (englobant l'inertie de toute la partie mobile)

$F$  : force motrice

$c$  : constante de frottement

$$\text{on a} \quad F(p) = T(p) s(p) \quad (5.1.)$$

$$F(p) = mp^2x + cp\dot{x} + f \quad (5.2.)$$

$$\text{donc} \quad \frac{1}{T} mp^2 + cp \quad x + \frac{1}{T} f = s \quad (5.3.)$$

D'autre part, supposons que le simulateur du type décrit au chapitre 3 soit réalisé ; désignant par  $s'$  sa commande,  $f'$  et  $x'$  les variables définissant la liaison simulée, on a :

$$\alpha'(p) f'(p) + \beta'(p) x'(p) = s'(p) \quad (5.4.)$$

D'autre part, si l'on écrit les équations de couplage sous la forme :

$$\begin{bmatrix} s \\ s' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(p) & B(p) \\ A'(p) & B'(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_F \\ \epsilon_X \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \epsilon_F &= f - f' \\ \epsilon_X &= x - x' \end{aligned}$$

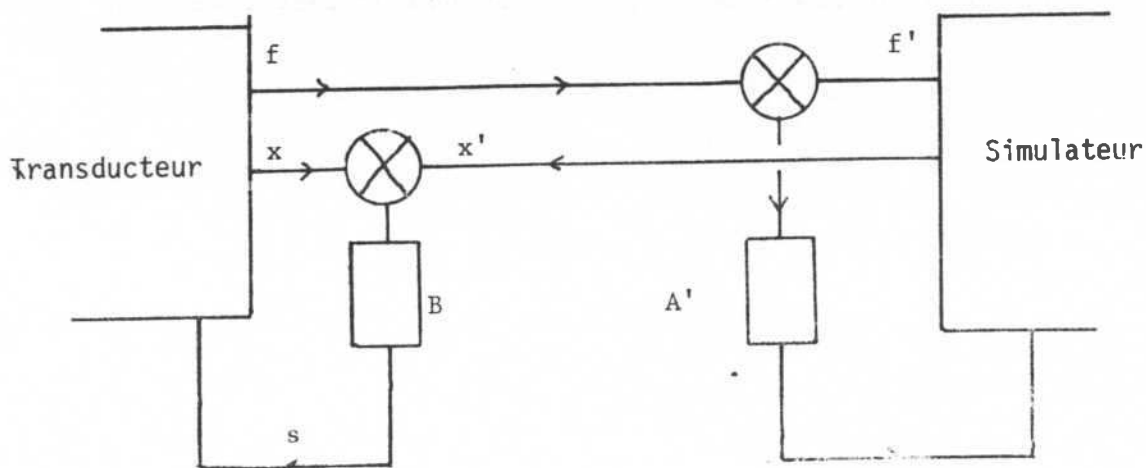
on a

$$M_1(p) \cdot \begin{bmatrix} f \\ x \end{bmatrix} = M_2(p) \begin{bmatrix} f' \\ x' \end{bmatrix}$$

Ici, les coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $A'$ ,  $B'$  ne désignent plus des matrices de transfert, mais des fonctions de transfert.

$$\text{avec} \quad M_1(p) = \begin{bmatrix} A - \frac{1}{T} & B - (mp^2 + cp) T^{-1} \\ A' & B' \end{bmatrix} \quad (5.5.)$$

$$M_2(p) = \begin{bmatrix} A & B \\ A' + \alpha' & B' + \beta' \end{bmatrix} \quad (5.6.)$$



Nous avons choisi  $A = B' = 0$  ; ceci permet de ramener le problème à deux boucles distinctes à une variable. Certains cas singuliers de systèmes ne peuvent dans ces conditions, être simulés.

Pratiquement, la boucle d'asservissement de position est un dispositif câblé indépendant du simulateur alors que la boucle d'asservissement de force liée au système simulé est elle-même simulée.

## 5.2. BOUCLE D'ASSERVISSEMENT DE POSITION DE LA TOUCHE D'ENTREE

Il est nécessaire d'émettre certaines hypothèses à propos du comportement de l'opérateur humain. Ces hypothèses sont du même type que celles énoncées au chapitre 3 (équation 3.6.). Nous considérons que la charge imposée au transducteur peut être représentée par l'équation :

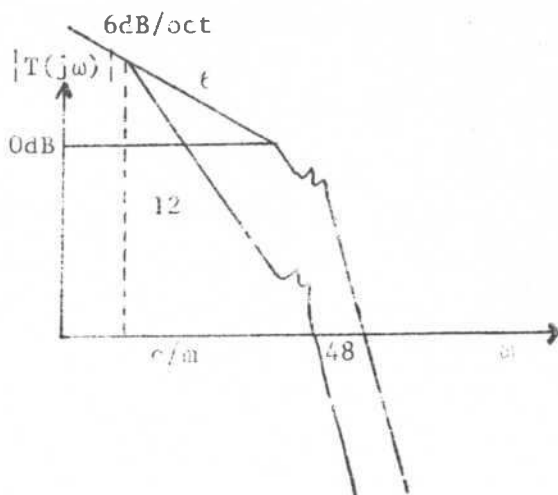
$$f = [m'(\mu)p^2 + k'(\mu)] x .$$

où  $k'(\mu)$  désigne une constante de raideur, propre à l'opérateur dont la plage de variations ne pourra être évaluée qu'expérimentalement.

Si nous exprimons la fonction de transfert du système à vide, nous obtenons :

$$T_1(p) = \frac{B(p) T(p)}{mp^2 + cp} \quad (5.7.)$$

Ceci se déduit de l'équation (4.3.) avec  $f = 0$  ;  $B(p)$  représente la fonction de transfert du correcteur. La correction est relativement aisée si l'on se contente d'un gain moyen. Les courbes de gain et de phase de  $T(p)$



montrent que l'on peut obtenir une marge de phase de  $45^\circ$  pour  $\|T(j\omega_0)\| = 1$  à  $\omega_0 = 280$  rad/s en utilisant un correcteur à avance de phase. Ce correcteur a été réalisé, son schéma est donné en annexe 4.

Nous avons volontairement choisi une marge supérieure à  $45^\circ$ , afin que le degré de stabilité soit moins sensible à la nature de la charge. On peut montrer, en effet, que l'augmentation de la raideur  $K'$  peut rendre l'asservissement instable.

Nous avons relevé les courbes de réponse en amplitude et phase du système bouclé, en utilisant la méthode de mesure donnée en annexe 3. Ces courbes montrent que la plage de fonctionnement correct s'étend jusqu'à  $\omega = 120 \text{ rad/s}$ .

### 5.3. SIMULATION

Les premiers essais ont été effectués à l'aide d'un simulateur analogique.

Un microprocesseur qui est associé au système analogique permet de réaliser certaines fonctions non linéaires. Par la suite, nous utiliserons un système informatique du type LSI 11, en cours de mise au point, avec lequel nous pourrions mettre en oeuvre des systèmes plus complexes.

#### Exemples :

##### a) Simulation d'un système linéaire du 2ème ordre

$F$  et  $x$  sont liés par la relation :

$$F = m\ddot{x} + C\dot{x} + kx \quad (5.8.)$$

Le schéma de principe de la simulation est représenté figure 17.

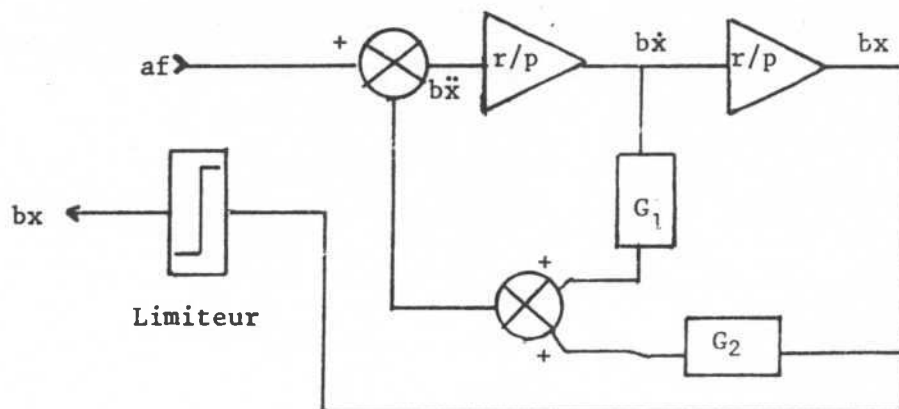


Figure 17.

Ce système utilise deux intégrateurs purs de constante  $r$ . Le réglage des gains  $G_1$  et  $G_2$  ainsi que celui de la constante du conditionneur de capteur de force ( $a$ ), permet de déterminer les paramètres du système simulé :

$$m = \frac{b}{ar^2} \quad C = G_1 \frac{b}{ar} \quad k = G_2 \frac{b}{a} \quad (5.9.)$$

La constante  $b$  du capteur de déplacement n'est pas réglable.

On note le limiteur de consigne de position qui joue le rôle de sécurité évitant au chariot porte touche des chocs avec les butées de fin de course, en cas de fausse manoeuvre.

b) Simulation d'un système linéaire du 1er ordre avec gradient de potentiel.

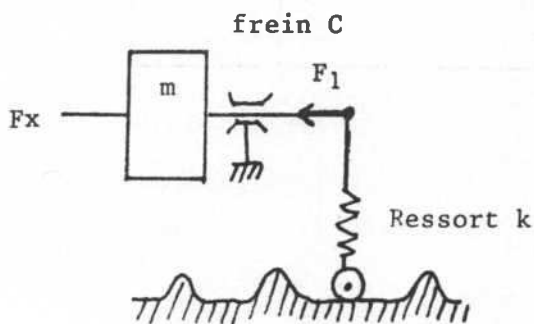


Figure 18.

Dans le mécanisme schématisé à la figure 18, une force supplémentaire  $f_1$  s'ajoute aux forces d'inertie et de freinage de la partie linéaire du système.

Si la fonction  $V(x)$  représente l'énergie potentielle stockée dans le ressort, l'expression de  $f_1$  est donnée par :

$$f_1(x) = - \frac{dV}{dx} .$$

Un tel système peut être aisément simulé : le signal  $af_1$  est obtenu à l'aide d'un microprocesseur à partir du signal  $bx$ . (Figure 19).

La figure 20 représente l'allure de la courbe  $f_1(x)$  et celle du potentiel  $V(x)$  correspondant.

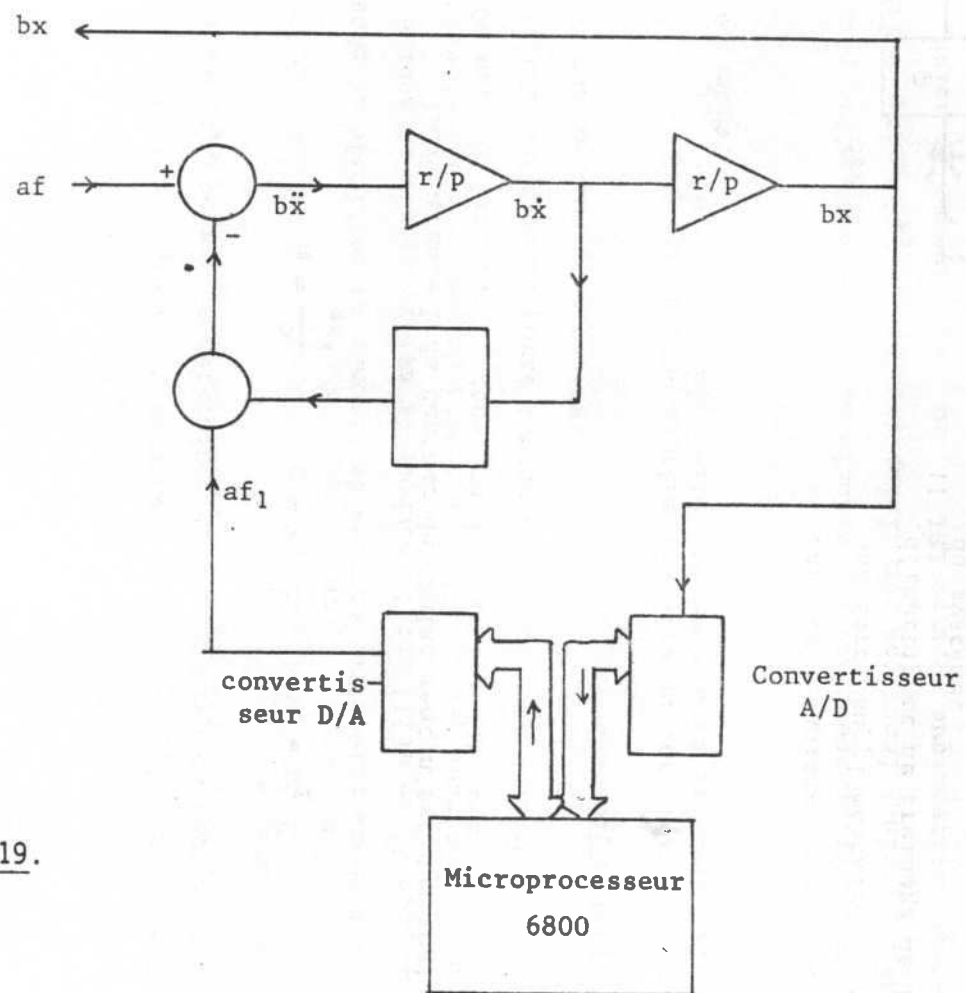


Figure 19.

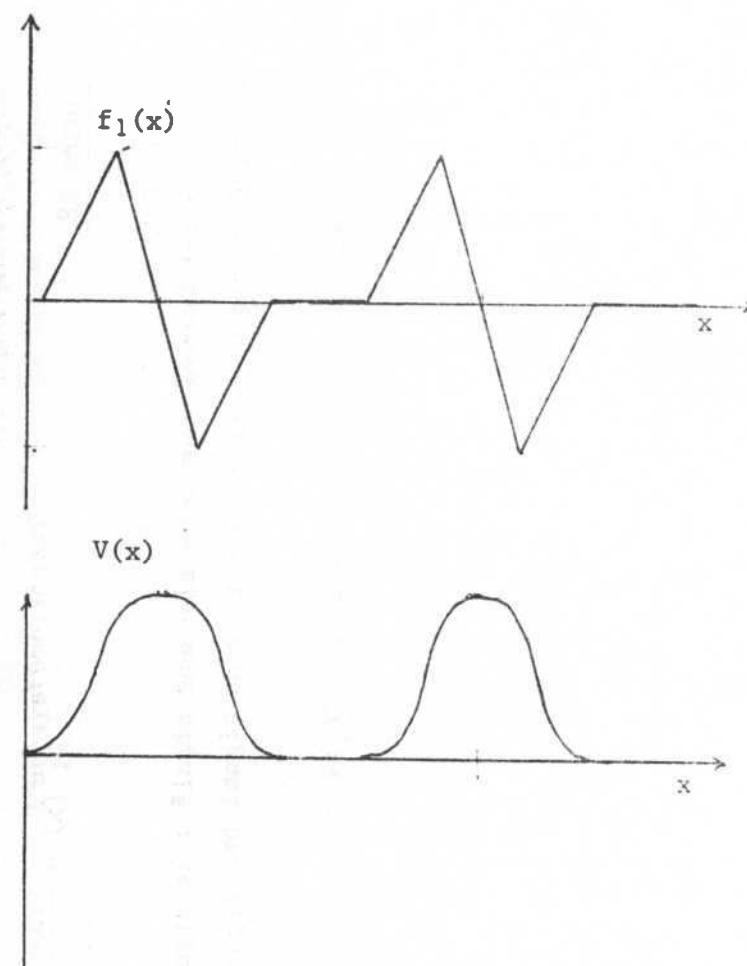


Figure 20.

Les relations entre les paramètres mécaniques et les constantes réglables du simulateur sont données par des relations analogues à (5.9.).

Ces essais ont montré que l'on parvenait à des cas intéressants du point de vue de la manipulation.

Après quelques améliorations mécaniques, ces cas simples permettront un étalonnage rigoureux de la machine. Pour cela, l'opérateur humain sera remplacé par des systèmes mécaniques passifs et aux caractéristiques connues.



## CONCLUSION

Les résultats obtenus à l'aide du système à un degré de liberté nous permettent d'envisager son utilisation en tant qu'organe de commande des synthétiseurs acoustiques qui sont actuellement en cours d'étude et qui sont eux-mêmes fondés sur la simulation de structures mécaniques oscillantes.

Certaines étapes doivent cependant être franchies dans le perfectionnement du système de commande.

Tout d'abord, l'amélioration du mécanisme moteur : la transmission par câble initialement choisie pour des questions de simplicité au niveau de la réalisation, sera avantageusement remplacée par une transmission à ruban ou à vis. Ceci permettra d'augmenter la célérité du système.

L'étude du comportement des membres humains aux fréquences élevées et la mise en place d'une boucle d'autoadaptation permettant d'éviter l'instabilité du transducteur, quelque soit le comportement de l'opérateur.

Les solutions techniques retenues pour le cas de la commande à un degré de liberté, nous permettront d'aborder la conception de systèmes plus complexes.

## BIBLIOGRAPHIE

- 1 ASHBY  
*An Introduction to Cybernetics*
- 2 BALACEANU & NICOLAU  
*Les fondements Cybernétiques de l'activité nerveuse*
- 3 BLANC M.  
Biologie moléculaire du développement synaptique  
La Recherche, 76, mars 1977
- 4 CADOZ C.,-FLORENS J.L.  
Fondement d'une recherche Informatique Musique  
Revue d'Acoustique, 45, juillet 1978
- 5 CARTIER E.  
Dossier des Robots Industriels  
Automatique et Informatique, 57, mai 1977
- 6 DECAULNE P., GILLE J.Ch., PELLEGRIN M.  
*Introduction aux systèmes asservis extrêmes et adaptatifs*
- 7 DELMAS A.  
*Voies et centres nerveux*
- 8 DUBOIS M.  
Fabrication de dynamomètres et de balances à jauges extensométriques de grande précision au Centre d'essais de Modane de l'ONERA  
Mesure Régulation Automatisme, juin 1974
- 9 FESSARD  
*Ultra structure et fonction du neurone*
- 10 FOULARD C., GENTIL S., SANDAZ J.P.  
*Commande et régulation par ordinateur numérique*
- 11 GOSKEL K., PARRISH E.A.  
The role of microcomputers in robotics  
Computer Design, octobre 1975

- 12 HEGINBOTHAM W.B., PUGH A., GATEHOUSE D.W., LAW D.  
A versatile variable mission assembly machine  
3rd Conference on Industrial Robot Technology (1976)  
6th International Symposium Industrial Robots (1976)
- 13 HEGINBOTHAM W.B.  
Novel techniques for tactile sensing in a three dimensional environment  
3rd Conference on Industrial Robot Technology (1976)
- 14 KORCHOUNOV Y.  
*Fondements mathématiques de la Cybernétique*
- 15 LAGET P.  
*Biologie et Physiologie des éléments nerveux*
- 16 LIEGEOIS A.  
Aide apportée par les calculateurs artificiels dans la synthèse et dans la  
commande semi-automatique des systèmes mécaniques complexes  
Communication au Colloque BIOMECA II, Novembre 1976
- 17 LLYOD D.P.C.  
Neuron patterns controlling transmission of ipsilateral kind limb reflexes in cat  
J. Neurophysiol, 6, 293-315
- 18 LIFERMAN  
*Systèmes linéaires, variables d'état*
- 19 NASLIN  
*Les systèmes asservis*
- 20 PERLEMUTER L., WALIGORA  
*Cahiers d'Anatomie N° 1, Système nerveux central*
- 21 ROUCHE, MAHWIN  
*Equations différentielles ordinaires - Théorie générale - Stabilité et  
solutions périodiques.*
- 22 TCHIANEV P.J.  
*Systèmes auto-adaptatifs, calcul et projet*
- 23 TRIFFET  
*Mechanics, Point Objects and Particles (1968)*
- 24 VENTSEL H.  
*Elements de programmation dynamique.*

## ANNEXE 1

### ELEMENTS DE MECANIQUE DU SOLIDE

#### RELATIONS ENTRE LES COMPOSANTES DE $d\mathbf{a}$ ET LES COEFFICIENTS DE LA MATRICE $\mathbf{U}$

Choisissons arbitrairement un trièdre de références (lié au sol) :  $O \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_3$  orthonormé,  $\omega$  étant un point (choisi arbitrairement) lié au solide  $s$  ; la position de ce solide peut être caractérisé par :

- le vecteur  $O\omega$
- une application orthogonale droite  $\mathcal{R}$  définie dans  $R^3$  euclidien, (c'est-à-dire conservant la norme et l'orientation d'un trièdre).

Les images de  $\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_3$  par  $\mathcal{R}$  sont  $\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_3$  qui seront, par définition de  $\mathcal{R}$ , liés au solide (et constituent un trièdre orthonormé de même orientation que  $\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_3$ ). La matrice de  $\mathcal{R}$  sur la base  $\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_3$  s'écrira :

$$[\mathbf{U}] = [r_k^j], \text{ c'est une matrice orthogonale droite } (\|\mathbf{U}\| = 1).$$

Un point  $M$  lié au solide (de liaison) vérifiera la condition :

$$OM = O\omega + [\mathcal{R}(\dots q \dots)] (\omega_0 \mathbf{M}_0)$$

$$= \mathbf{S}_1(q) + [\mathcal{R}(q)](\omega_0 \mathbf{M}_0) ,$$

où  $q$  est le vecteur des coordonnées généralisées,  $\omega_0 \mathbf{M}_0$  le vecteur constant définissant la position de  $M$  par rapport au solide.

Si l'on différencie ceci, on obtient :

$$dOM = \frac{\partial S}{\partial a} da + \frac{\partial S}{\partial b} db + \frac{\partial S}{\partial c} dc + d(\mathcal{R}(q)\omega_0 M_0) \\ + (d\mathcal{R})\omega_0 M_0 .$$

$$d(\mathcal{R}(\omega_0 M_0)) = (d\mathcal{R})(\omega_0 M_0) .$$

Il existe alors un vecteur  $dA$  (ayant pour composantes sur  $U_1 U_2 U_3$ , 3 formes différentielles en  $\dots dq \dots$  d'où la notation  $dA$ ) et vérifiant la propriété :

$$\forall X \in R^3 \quad d\mathcal{R}(X) = dA \wedge \mathcal{R}(X) ,$$

que l'on pourra écrire :

$$d\mathcal{R} = (dA \wedge)_0 \mathcal{R} .$$

Remarque : Ceci exprime, dans le cas particulier où  $\dots q \dots$  sont des fonctions d'une même variable  $t$ , que le champ des vitesses dans le solide est un champ de moments (propriété bien connue) - Le vecteur  $\omega = \frac{dQ}{dt}$  est le vecteur rotation instantanée.

$$\text{On a } U_k = \mathcal{R}(u_k) .$$

$U_k$  est unitaire puisque  $\mathcal{R}$  est orthogonal et  $u_k$  unitaire.

$$\text{On en déduit que : } ] dt_j^i , i \neq j /$$

$$dU_k \cdot U_k = 0 \rightarrow dU_1 = dt_1^2 U_2 + dt_1^3 U_3$$

$$dU_2 = dt_2^1 U_1 + dt_2^3 U_3$$

$$dU_3 = dt_3^1 U_1 + dt_3^2 U_2 ,$$

$$\text{et } U_k \cdot U_j = S_{kj} \rightarrow t_j^i = - t_i^j .$$

D'autre part, on a :

$$U_k U_j = 0 \rightarrow (dU_k) \cdot U_j = - (dU_j) \cdot U_k ,$$

$$\text{or } (dU_k) \cdot U_j = dt_k^j ,$$

$$\text{on en déduit } dt_k^j = - dt_j^k .$$

La matrice  $[dt_k^j]$  peut alors s'écrire :

$$[dt_k^j] = \begin{bmatrix} 0 & dt & -ds \\ -dt & 0 & dr \\ ds & -dr & 0 \end{bmatrix} .$$

Cette matrice représente sur la base  $U_1 U_2 U_3$  un endomorphisme antisymétrique  $d\mathcal{C}$ , tel que :

$$dU_k = (d\mathcal{C})(U_k) \quad k = 1, 2, 3 .$$

$$\text{D'autre part : } dU_k = (d\mathcal{R})U_k ,$$

$$= (d\mathcal{R}_0 \mathcal{R}^{-1})U_k ,$$

Comme  $U_k$  est une base,

$$d\mathcal{C} = d\mathcal{R}_0 \mathcal{R}^{-1} \rightarrow d\mathcal{R} = d\mathcal{C}_0 \mathcal{R} .$$

Or, d'après la forme de  $d\mathcal{C}$ , il existe un vecteur  $dQ$  tel que

$$\forall X \quad dA \wedge X = d\mathcal{C}(X) .$$

Les composantes de  $dA$  sur la base  $U_1 \ U_2 \ U_3$  sont alors :

$$dA = \begin{bmatrix} dt^2_3 \\ dt^3_1 \\ dt^1_2 \end{bmatrix}$$

La relation  $d\mathcal{R} = d\mathcal{C}_0 \mathcal{R}$  permet d'exprimer ces composantes en fonction des  $r^j_k$  et donc en fonction des variables  $q_i$ .

En effet, si l'on écrit cette relation sous forme matricielle, on obtient :

$$[dT] = [U]^t [U] \text{ (car } {}^tU = U^{-1} \text{ puisque } U \text{ est orthogonale),}$$

et d'après ce qui précède (relation entre les coefficients de la matrice  $dT$  et les composantes de  $dQ$ ) on en déduit :

$$\begin{aligned} -dr &= \sum_k r^k_3 dr^k_2 \\ -ds &= \sum_k r^k_1 dr^k_3 \\ -dt &= \sum_k r^k_2 dr^k_1 \end{aligned} \quad \text{avec } U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ r_1 & r_1 & r_1 \\ 1 & 2 & 3 \\ r_2 & r_2 & r_2 \\ 1 & 2 & 3 \\ r_3 & r_3 & r_3 \end{bmatrix} .$$

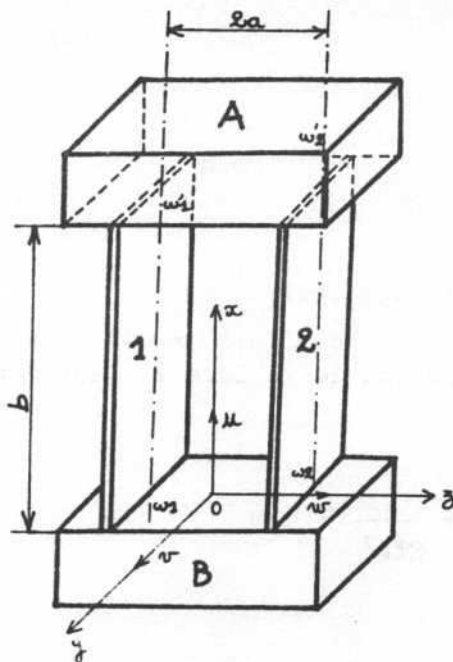
Et finalement :

$$dA = \sum_j \sum_k \begin{bmatrix} r^k_3 & \frac{\partial r^k_2}{\partial q_j} \\ r^k_1 & \frac{\partial r^k_3}{\partial q_j} \\ r^k_2 & \frac{\partial r^k_1}{\partial q_j} \end{bmatrix} dq_j .$$

## ANNEXE 2

CAPTEUR DE FORCE :

CALCUL D'UN PARALLELOGRAMME DEFORMABLE A 2 LAMES

 $\omega_1, \omega'_1, \omega_2, \omega'_2$ 

axes des 2 lames

O et O'

points de liaison

 $F', \Gamma'$ 

él. de réduction des forces extérieures en O' (liaison de A)

 $-F, -\Gamma$ 

él. de réduction des forces extérieures en O (liaison de B)

 $F'_1, \Gamma'_1$ 

él. de réduction des forces exercées par A sur 1)

 $F'_2, \Gamma'_2$ 

él. de réduction des forces exercées par A sur 2)

 $F_1, \Gamma_1$ 

él. de réduction des forces exercées par 1) sur B

 $F_2, \Gamma_2$ 

él. de réduction des forces exercées par 2) sur B.

A/ 1. Equilibre de A :

$$\begin{cases} F'_1 + F'_2 = F' & (1) \\ a(F'_2 - F'_1)_{\wedge w} + \Gamma'_1 + \Gamma'_2 = \Gamma' & (2) \end{cases}$$

2. Equilibre de B :

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = F & (3) \\ a(F_2 - F_1)_{\wedge w} + \Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma & (4) \end{cases}$$



### 3. Equilibre de 1 et 2

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_1 = F_1 \end{array} \right. \quad (5)$$

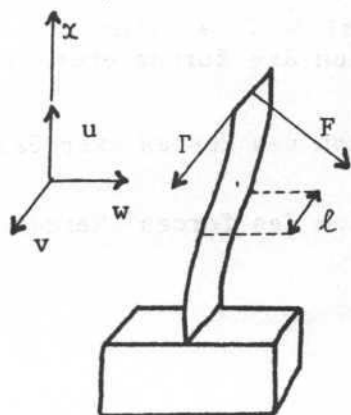
$$\left\{ \begin{array}{l} b F'_1 u + \Gamma'_1 = \Gamma'_1 \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_2 = F_2 \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b F'_2 u + \Gamma'_2 = \Gamma'_2 \end{array} \right. \quad (8)$$

### B/ Equations géométriques :

Flexion d'une lame encastrée :  $\epsilon(x)$  déformation de la face  $z^-$  suivant  $ox$ .



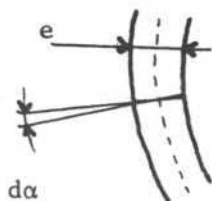
$$\epsilon(x) = \frac{6 F.w}{E l e^2} (b - x) - \frac{6}{E l e^2} \Gamma . v$$

On posera :

$$K = \frac{6}{E l e^2}$$

( E module d'élasticité  
( l largeur  
( e épaisseur

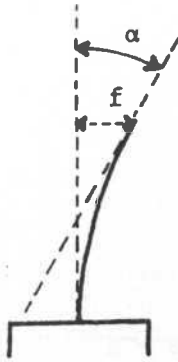
Si on admet que les lignes de déformation nulle sont équidistantes des faces de la lame, on a :



$$d\alpha = \frac{2 \epsilon(x) dx}{e},$$

$$d\alpha = \frac{2 K}{e} [F.w(b - x) - \Gamma.v] dx ,$$

$\alpha(x)$  désignant l'angle total de flexion à l'abscisse  $x$ .



$$\alpha(x) = \int_0^x \frac{2K}{e} F.w(b-u) - \Gamma.v \, du ,$$

$$\alpha(x) = \frac{2K}{e} (F.wb - \Gamma.v)x - \frac{K}{e} F.wx^2 . \quad (9)$$

Soit  $f(x)$  la flèche à l'abscisse  $x$ , on a :

$$df = \alpha(x) \, dx ,$$

$$\text{d'où} \quad f(x) = \frac{K}{e} (F.wb - \Gamma.v)x^2 - \frac{K}{3e} F.wx^3 . \quad (10)$$

Si  $\alpha_1(x)$ ,  $\alpha_2(x)$ ,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  désignent les angles de flexion et les flèches des lames 1 et 2, les conditions suivantes doivent être réalisées :

$$\alpha_1(b) = 0 \quad (11)$$

$$\alpha_2(b) = 0 \quad (12)$$

$$f_1(b) = f_2(b) , \quad (13)$$

ce qui donne :

$$b.F_1'w = 2.\Gamma_1'.v \quad (14)$$

$$b.F_2'w = 2.\Gamma_2'.v \quad (15)$$

$$\frac{2}{3} . F_1'w.b - \Gamma_1'.v = \frac{2}{3} . F_2'w.b - \Gamma_2'.v$$

$$\text{soit :} \quad F_1'w = F_2'w \quad (16)$$

$$\text{et} \quad \Gamma_1'.v = \Gamma_2'.v . \quad (17)$$

On en déduit, pour  $0 \leq x \leq b$ ,

$$\alpha_1(x) = \alpha_2(x) , \quad (18)$$

$$\text{et} \quad \epsilon_1(x) = \epsilon_2(x) . \quad (19)$$

$\epsilon_1(x)$  s'exprime alors en fonction de  $F'$  de la façon suivante :

$$\epsilon_1(x) = \frac{K}{2} F'.w (b - x) - \frac{K}{4} F'.w.b ,$$

$$\epsilon_2(x) = \epsilon_1(x) = \frac{K}{4} F'.w.b - \frac{K}{2} F'.w.x . \quad (20)$$

Ce qui montre que  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  ne dépendent que de la composante suivant  $O_z$  de  $F'$ .

D'après (2) on a :

$$[a(F'_2 - F'_1)_\wedge w] \cdot v + \Gamma'_1 v + \Gamma'_2 v = \Gamma' v .$$

Si l'on pose  $F' = F'_2 - F'_1$ , on a  $(F'_\wedge w) \cdot v = -F' \cdot v$ ,

d'où :  $-F' \cdot v \cdot a = \Gamma' v - \frac{bF'w}{2}$  en utilisant (14)(15) et (1),

soit :  $F'_1 u - F'_2 u = \frac{\Gamma' v}{2} - \frac{bF'w}{2a} .$

D'autre part,  $F'_1 u + F'_2 u = F' u$  d'après (1),

Ce qui donne :  $F'_1 u = \frac{\Gamma' v}{2a} + \frac{F' u}{2} - \frac{bF'w}{4a}$

$$F'_2 u = \frac{\Gamma' v}{2a} + \frac{F' u}{2} + \frac{bF'w}{4a} .$$

On voit que les composantes suivant  $ox$  de  $F'_1$  et  $F'_2$  sont proportionnelles à la composante suivant  $oy$  de  $\Gamma'$ , le coefficient étant en  $\frac{1}{a}$ , ce qui montre que le capteur sera d'autant plus sensible au moment de flexion  $(\Gamma' \cdot v)v$  que les lames seront plus rapprochées.

Toutefois, il faut remarquer que les forces  $(F'_1u)u$  et  $(F'_2u)u$  agissent en traction sur les lames, ce qui conduit à intensité égale, à des déformations beaucoup plus faibles que les forces de flexion. Par ailleurs, la disposition des jauges - deux jauges en demi-pont - sur chaque lame, assure une insensibilité quasi-totale aux forces de traction.

Par contre, la limite de flambage sous l'influence de  $\Gamma'$  est directement fonction de la distance des 2 lames.

## ANNEXE 3

### METHODE DE MESURE

La conception des filtres correcteurs, la mise au point de différentes parties du mécanisme, en particulier, l'élimination de résonance parasite, ne peuvent être menés correctement que si l'on dispose de méthodes précises d'évaluation des caractéristiques statiques et dynamiques du système et plus particulièrement des parties mécaniques de celui-ci.

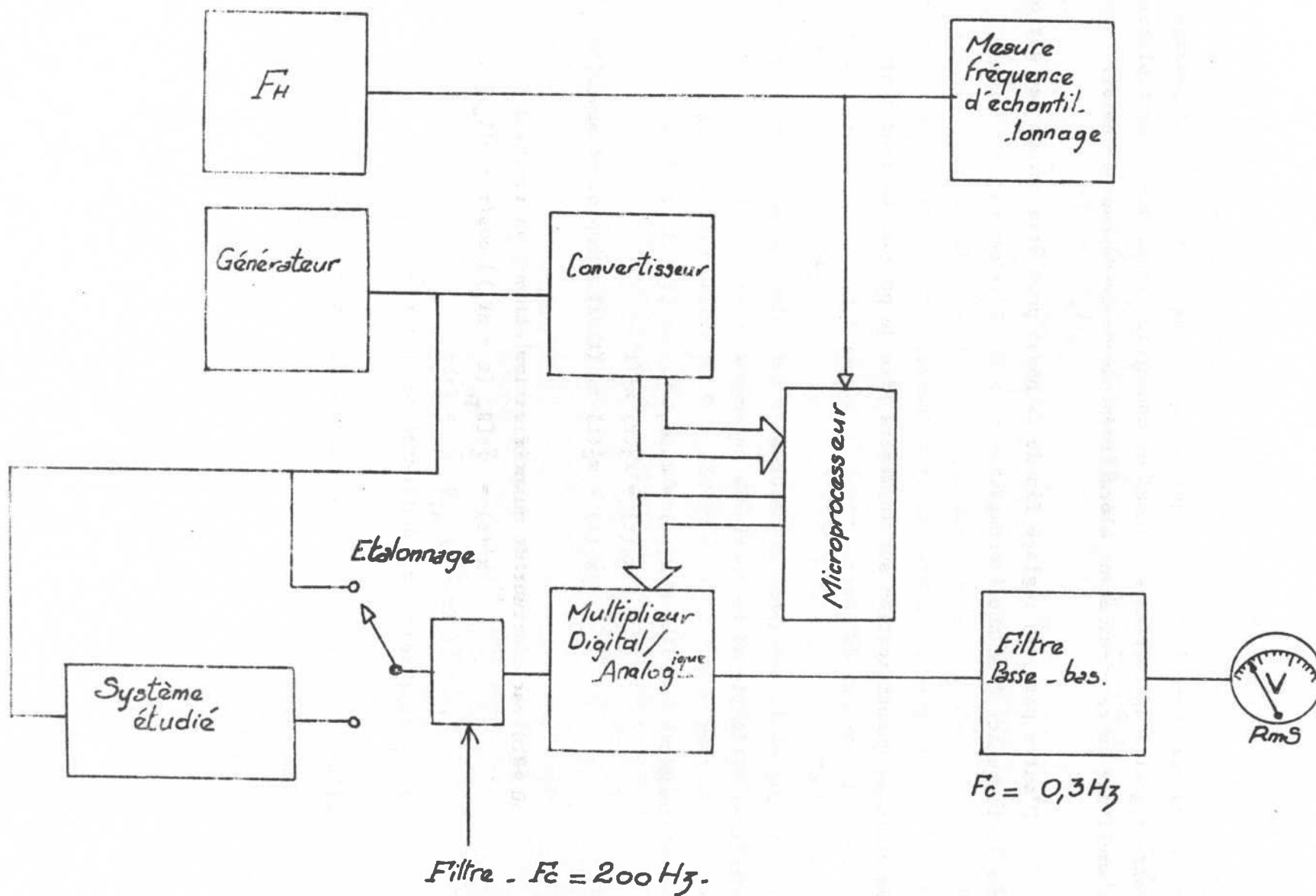
L'étude harmonique permet d'élaborer un modèle linéaire du mécanisme ainsi que d'évaluer certains aspects des non linéarités. Celles-ci sont, par ailleurs, mises en évidence par les caractéristiques statiques.

Ces non linéarité ont deux origines : d'une part, les jeux inévitables des roulements à billes et des pièces de transmission, d'autre part, les phénomènes de saturation et d'hystérésis propres aux coupleurs électromagnétiques ainsi que les non-linéarités du discriminateur.

### Méthode d'analyse harmonique

La présence de bruits dus essentiellement aux vibrations résiduelles que nous avons pu constater lors de la mesure de la force de traction du chariot, nous a conduit à utiliser une bande de mesure étroite, d'où le choix d'une méthode d'analyse hétérodyne (la bande étroite de mesure est fixée par un filtre passe bas).

Le dispositif permet, en outre, d'évaluer la densité spectrale de bruit dans la bande utile du système et les distorsions harmoniques dues aux non linéarités.



- METHODE D'ANALYSE HARMONIQUE -

La détection synchrone est assurée par un multiplieur digital/analogique, le signal de référence (à la fréquence d'analyse) étant au préalable converti et retardé par mémorisation, ce qui permet un réglage précis du déphasage entre signal d'excitation et signal de conversion (appliqué au multiplieur), l'amplitude de celui-ci étant alors indépendante du déphasage choisi.

D'autre part, un réglage fin de la phase peut être obtenu par action sur la fréquence d'échantillonnage.

Il est important d'étudier l'influence de l'échantillonnage ainsi que du bruit de quantification sur la mesure afin de pouvoir évaluer l'erreur propre à la méthode de mesure.

Soit  $x_1(t)$  le signal de référence,  $x_3(t)$  le signal de sortie du système étudié et  $x_4$  le signal de sortie du mélangeur,

$$\begin{aligned} \text{On a :} \quad & x_1(t) = \cos \omega_0 t \\ & x_4(t) = x_3(t) x_2(t) \\ & x_2(t) = x'_2(t) + \epsilon(t) \end{aligned}$$

où  $\epsilon(t)$  est l'erreur de quantification et

$$x'_2(t) = \sum [\Pi_{T_e}(t - nT_e)] \cos(n - \nu)T_e \omega_0 ,$$

où  $\Pi_{T_e}$  représente la fonction porte de largeur  $T_e$ .

Si nous calculons la transformée de Fourier de  $x'$ , nous obtenons :

$$X'_2(f) = \frac{\sin \pi f T_e}{\pi f T_e} \sum [ (f - kF_e - f_0) + (f - kF_e + f_0) ] e^{2\pi j \nu T_e (f - kF_e)} ;$$

$\nu$  représente le nombre d'échantillons de retard de  $x_2$  par rapport au signal de référence. Si nous posons  $C(f, f_0) \xrightarrow[T_F]{T_F} \cos 2\pi f_0 t$  :

$$X'_2(f) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin \pi(f_0 + k F_e) T_e}{\pi(f_0 + k F_e) T_e} C(f, f_0 + k F_e) e^{2\pi j \nu T_e f_0}$$

$$+ \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin \pi(f_0 - k F_e) T_e}{\pi(f_0 - k F_e) T_e} C(f, k F_e - f_0) e^{-2\pi j \nu T_e f_0}.$$

La première raie nuisible de ce signal est à la fréquence  $F_e - f_0$ . La densité spectrale du signal  $x_u$  doit alors être suffisamment faible pour cette fréquence, ce qui impose une valeur limite inférieure pour la fréquence d'échantillonnage.

Pratiquement, il est intéressant d'intercaler un filtre passe bas entre le système étudié et le mélangeur. La bande d'analyse s'étend de 1 à 150 Hz et nous avons choisi une fréquence d'échantillonnage supérieure à 1 KHz. La fréquence de coupure du filtre se situe à  $F_c = 200$  Hz. L'erreur d'intermodulation, dans le cas le plus défavorable où  $f = 150$  Hz et  $F_e = 1$  KHz pour les 2 premières raies nuisibles ( $k = 1$ ) est de - 35 dB si on se réfère à la raie utile.

Influence de la quantification.

L'erreur de quantification peut se mettre sous la forme :

$$\epsilon(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\Pi_{T_e}(t - nT_e)] \epsilon_n,$$

où  $\epsilon_n$  est une suite d'échantillons aléatoires si aucune hypothèse sur le signal sinusoïdal échantillonné, n'est précisée.

Exprimons la fonction d'autocorrélation de  $\epsilon(t)$  :

$$C_{\epsilon 2}(\tau) = \int_{-T}^{+T} \sum_p \sum_q \Pi(t - pT_e) \Pi(t - qT_e - \tau) \epsilon(p) \epsilon(q) dt,$$

$$= \sum_p \sum_q \epsilon(p) \epsilon(q) f(\tau, p - q),$$



avec  $f(\tau, p - q) = \int_{-T}^{+T} \Pi(t - pT_e) \Pi(t - qT_e - \tau) dt,$

donc  $C_{\epsilon 2}(\tau) = \sum_r f(\tau, r) \sum_q \epsilon(q + r) \epsilon(q).$

Le calcul se ramène alors à celui de la suite des coefficients d'autocorrélation de  $\epsilon_n$ ,

$$C_{\epsilon 2}(0) = \sum_r f(0, r) \cdot C_r$$

Si nous faisons l'hypothèse que  $C_r \neq 0 \rightarrow r = 0$  qui correspond au cas le plus défavorable du point de vue spectral, alors :

$$C_{\epsilon 2}(\tau) = f(\tau, 0) C_0.$$

Dans ce cas là, suivant les hypothèses d'ergodicité habituelles,

$$C_0 = 6^2 + m^2.$$

Dans le cas pratique qui nous intéresse, nous avons :

$$C_0 = \frac{Q^2}{3} \quad \text{où } Q \text{ est le pas de quantification.}$$

On a alors :

$$C_{\epsilon 2}(0) = \frac{Q^2}{3}.$$

La densité spectrale de  $\epsilon$  s'exprime alors :

$$S_{\epsilon 2}(f) = \frac{Q^2}{3T_e} \left( \frac{\sin \pi f T_e}{\pi f} \right)^2.$$

La puissance de bruit ramenée dans la bande de mesure peut alors s'exprimer dans le cas le plus défavorable :

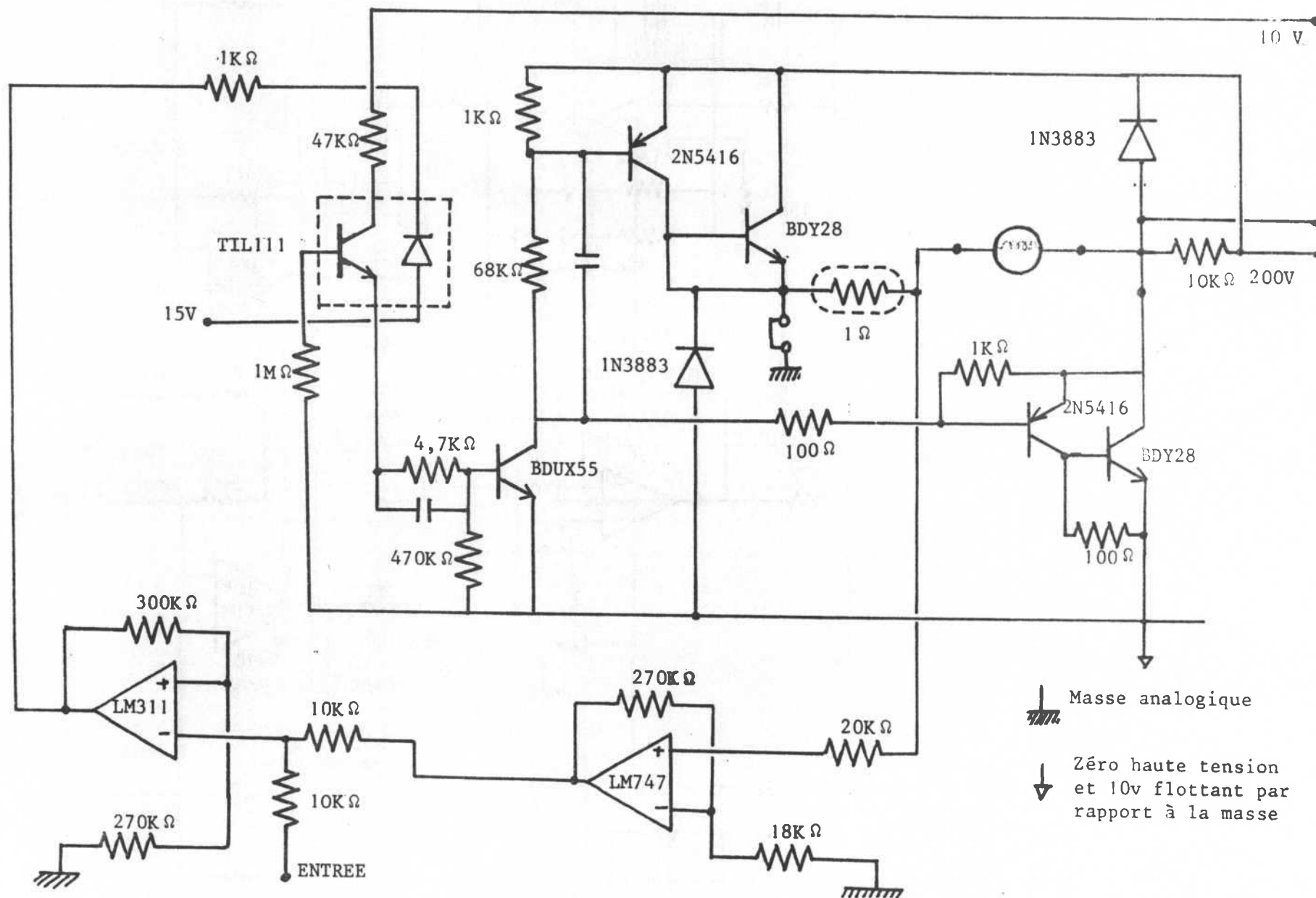
$$P_Q = \frac{Q^2 T_e F_b}{3} ,$$

avec  $Q = 2^{-8}$  et  $F_b = 1$  Hz (bande de bruit) et  $T_e = 1$  ms, on trouve une erreur de quantification de - 56 dB.

## ANNEXE 4

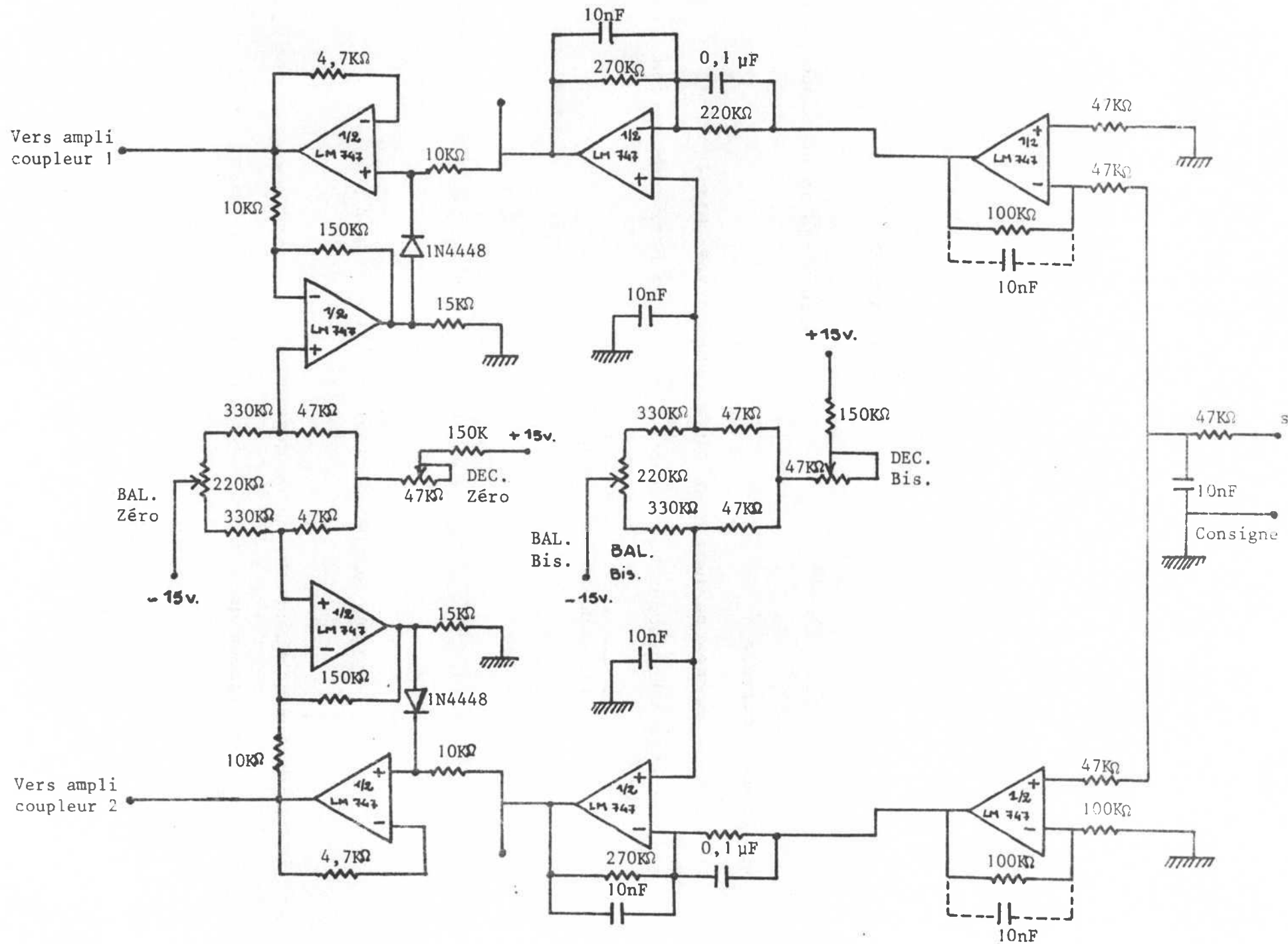
### SCHEMAS ELECTRIQUES

=====



AMPLIFICATEUR DE COMMANDE D'UN COUPLEUR





DISCRIMINATEUR

AUTORISATION DE SOUTENANCE

VU les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 Avril 1974,

VU le rapport de présentation de Messieurs :

- Roland LANCIA, Professeur à l'Institut National  
Polytechnique de GRENOBLE  
et

- René CARRE, Maître de Recherche au C.N.R.S.

Monsieur Jean-Loup FLORENS

est autorisé à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention  
du titre de DOCTEUR de TROISIEME CYCLE, spécialité "Electronique et  
Radiocommunications".

Grenoble, le 15 Novembre 1978

**Ph. TRAYNARD**  
Président  
de l'Institut National Polytechnique

